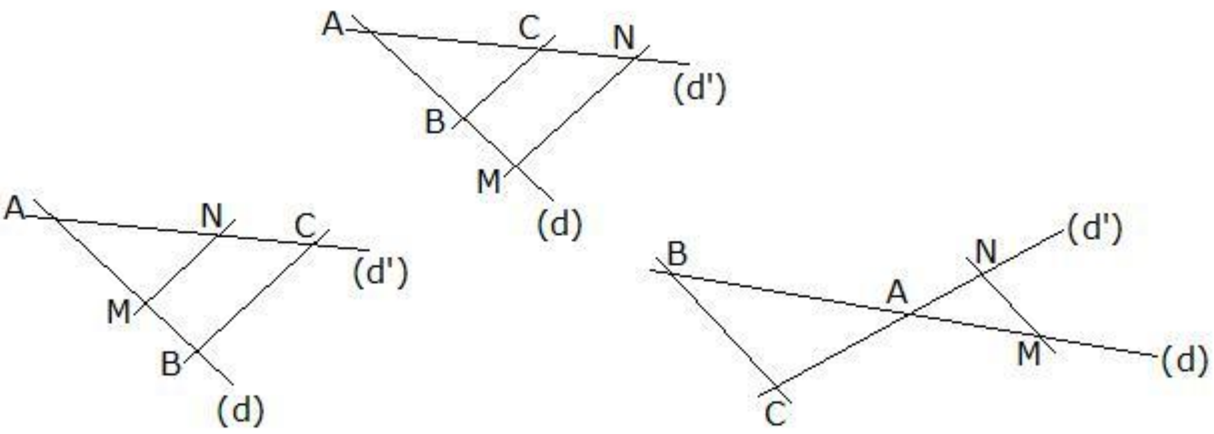
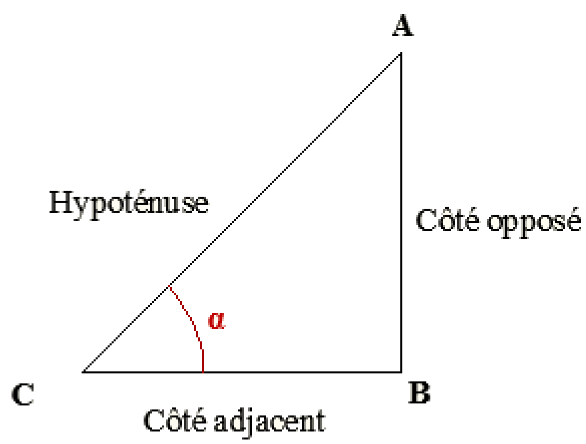
I - Rappel du théorème de Thalès



Soient (d) et (d') sécantes en A.
Soient B et M, 2 points de la droite (d) bien distinct de A
Soient C et N, 2 points de la droite (d') bien distinct de A
Si (BC) // (MN) alors le théorème de Thalès permet d'écrire que :

$$\boxed{\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}}$$

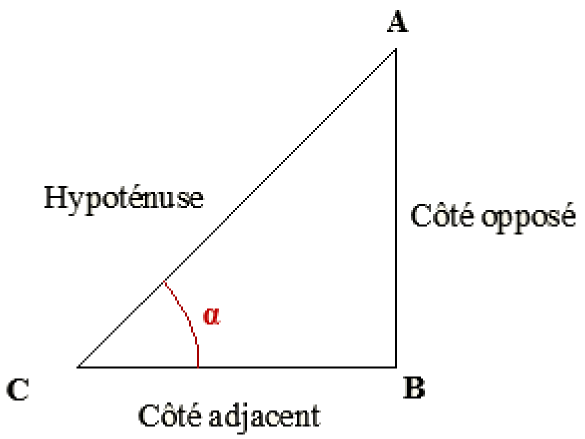
II - Rappel du Théorème de Pythagore



Dans le triangle ABC **rectangle** en C, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$\boxed{CA^2 + CB^2 = AB^2}$$

III - Rappel de trigonométrie dans un triangle rectangle



Dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

$$\text{Cos } \alpha = \frac{\textit{Coté adjacent}}{\textit{Hypoténuse}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\text{Sin } \alpha = \frac{\textit{Coté oppposé}}{\textit{Hypoténuse}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\text{Tan } \alpha = \frac{\textit{Coté oppposé}}{\textit{Coté adjacent}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{Tan } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Le sinus varie de -1 à +1 en valeur. Soit $-1 \leq \sin \boldsymbol{\alpha} \leq +1$
Le cosinus varie de -1 à +1 en valeur. Soit $-1 \leq \cos \boldsymbol{\alpha} \leq +1$
La tangente varie de -∞ à +∞. Soit $-\infty \leq \tan \boldsymbol{\alpha} \leq +\infty$

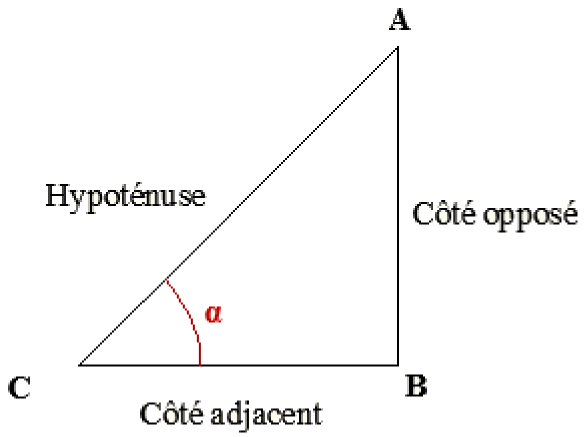
Démonstration

Pythagore nous dit : $AB^2 = BC^2 + AC^2$

Or: $\sin \alpha = \frac{BC}{AB}$ d'où $BC = \sin \alpha \times AB$

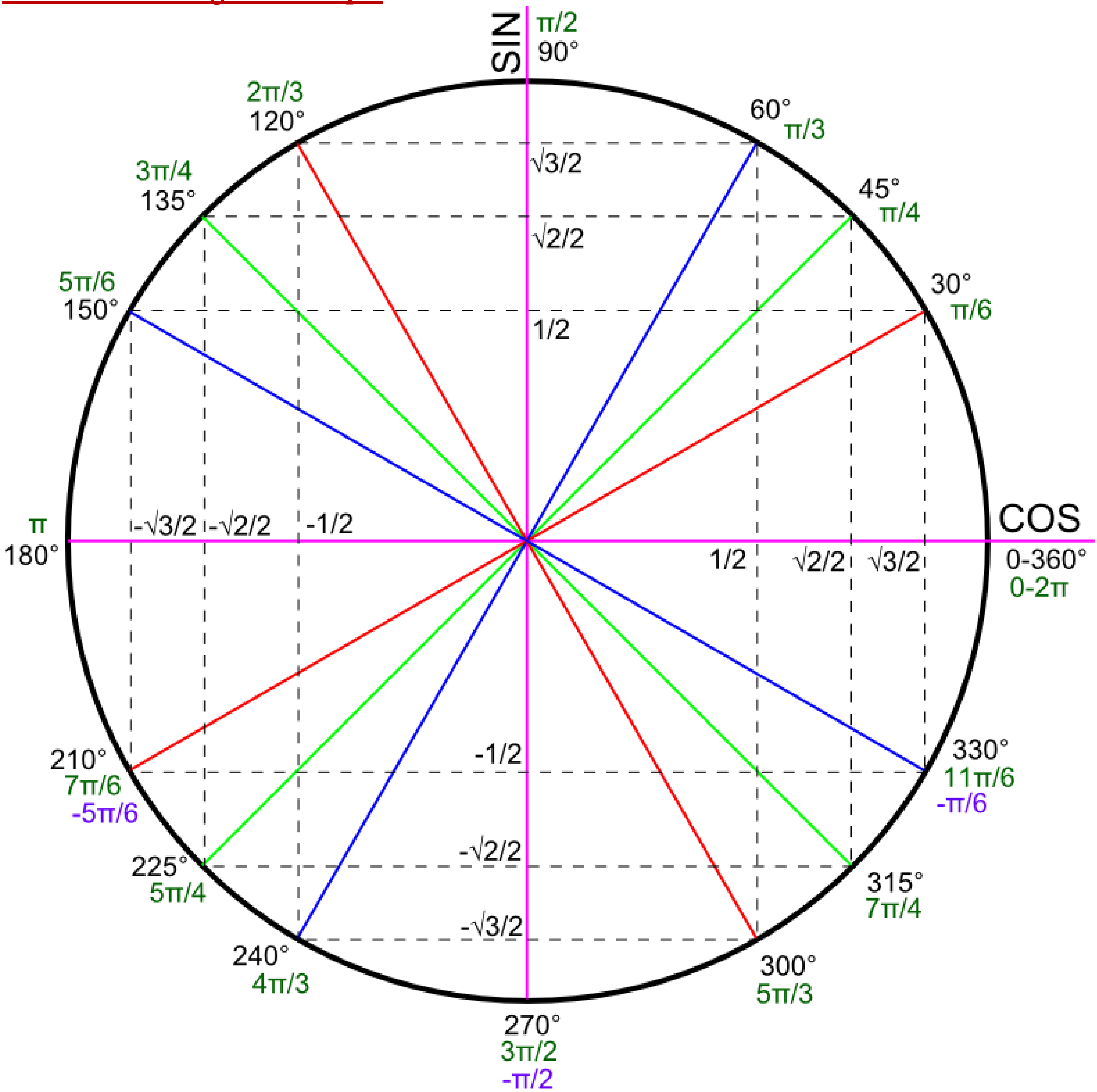
$\text{Cos } \alpha = \frac{AC}{AB}$ d'où $AC = \cos \alpha \times AB$

Donc on a: $AB^2 = BC^2 + AC^2$
$AB^2 = (\cos \alpha \times AB)^2 + (\sin \alpha \times AB)^2$
$AB^2 = AB^2(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)$



Donc: $\boxed{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1}$

IV - Le cercle trigonométrique



Angle α	90° ou π/2 rad	180° ou π rad	270° ou 3π/2 rad	0° ou 360° ou 0π ou 2π rad
Cos α	0	-1	0	1
Sin α	1	0	-1	0
Tan α	∞	0	∞	0

V - Techniques de mesures de longueurs

Il existe plusieurs types de moyens pour relever ou calculer une longueur tels que :

- Arpentage
- La règle ou le mètre
- Par satellite ou par GPS
- Par sonar
- Par visée optique
- Par le diamètre apparent avec le théorème de Thalès
- Par la trigonométrie avec un rapporteur d'angle

VI - Mesure de longueur à distance

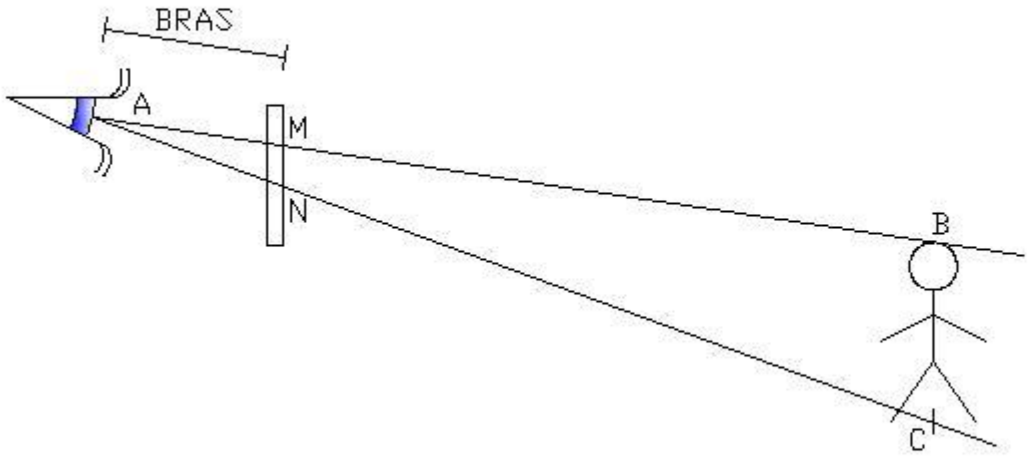
L'application du théorème de Thalès permet de mesurer facilement la hauteur de bâtiments, par la méthode de la visée ou par la mesure d'une ombre portée.

Exemple 1, par la visée

Un supporter dans les gradins souhaite connaître la distance qui le sépare avec un joueur de foot. Il tend le bras (AN), il trouve une distance x sur la règle (MN), et enfin il sait que le footballeur mesure 1m80 (BC). On notera qu'il faut impérativement que la règle soit tenue à la verticale afin que le joueur et la règle soient parallèles (sinon nous ne pouvons pas utiliser le théorème de Thalès).

On aura donc :

$$\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad \text{Donc} \quad \boxed{AC = \frac{AN \times BC}{MN}}$$

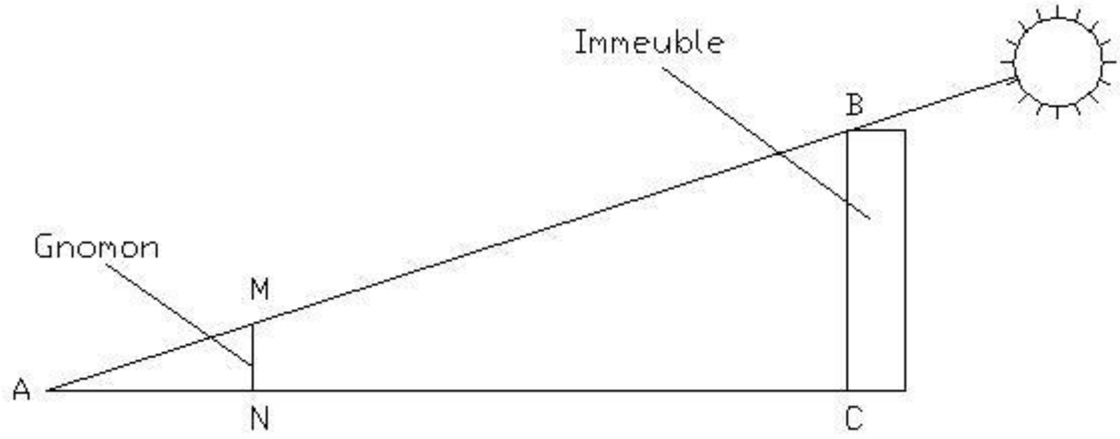


Exemple 2, par la mesure d'une ombre portée

On désire mesurer la hauteur de l'immeuble BC. L'ombre de cet immeuble est AC. On place un gnomon MN (vertical pour qu'il soit parallèle à l'immeuble), de telle façon que son ombre soit égale à NA. En supposant que les rayons du soleil soient linéaires, et connaissant les longueurs AN, AC et MN on peut calculer la hauteur BC de l'immeuble grâce au théorème de Thalès :

On aura donc:

$$\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad \text{Donc} \quad \boxed{BC = \frac{AC \times MN}{AN}}$$



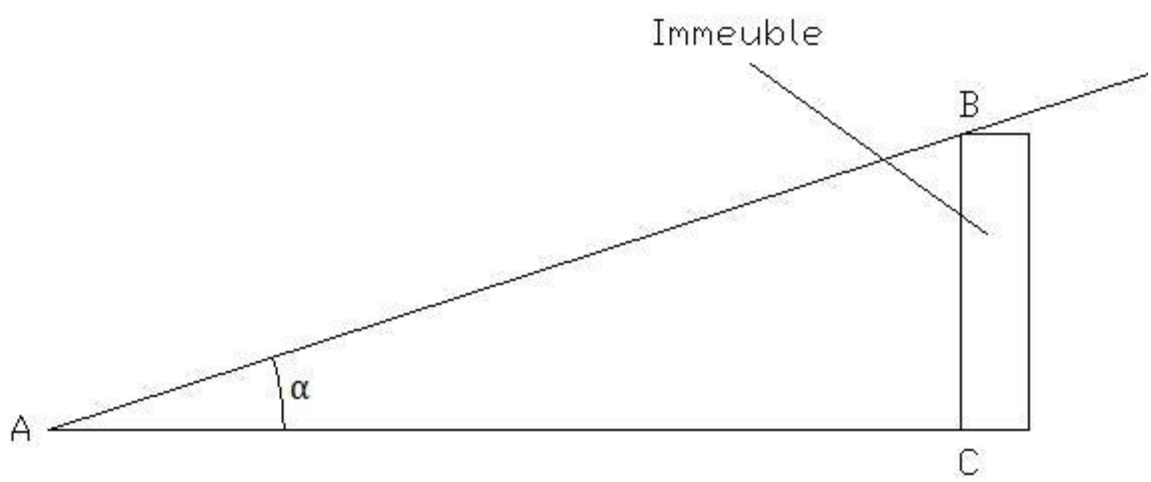
VII - Mesure d'angle

La mesure d'un angle permet souvent de calculer une longueur en connaissant d'autres données. Le diamètre apparent est l'angle sous lequel est vu un objet.

Exemple

On cherche à mesurer la hauteur BC d'un immeuble situé à une distance AC connue. On mesure l'angle α sous lequel on voit l'immeuble. Grâce à cela, on peut utiliser la formule trigonométrique suivante :

$$\text{Tan}\ \alpha = \frac{BC}{AC} \quad \text{donc} \quad \boxed{BC = \text{Tan}\ \alpha \times AC}$$



VIII - Méthode de la parallaxe

Le phénomène de parallaxe se manifeste quand on vise un objet ponctuel depuis deux endroits. La parallaxe est l'angle p entre deux directions de visée du point qui représente l'objet.

On aura donc 2 façons de calculer à quelle longueur est situé le point A :

1ère façon, par Thalès

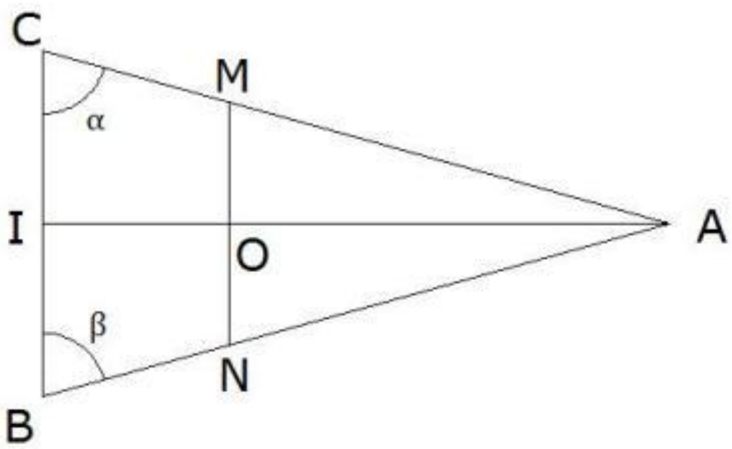
Dans ABC, on connait les longueurs suivantes : MN, CB, IO et (MN) // (CB).

$$\text{Alors} \quad \frac{AO}{AI} = \frac{MN}{CB} \quad \text{donc} \quad \boxed{AI = \frac{AO \times CB}{MN}}$$

2ème façon, par trigonométrie

Dans AIC rectangle en I, on connait l'angle α et la longueur CI.

$$\text{Alors} \quad \tan\alpha = \frac{AI}{CI} \quad \text{donc} \quad \boxed{AI = CI \times \tan\alpha}$$



IX - Mesure de longueurs par des durées

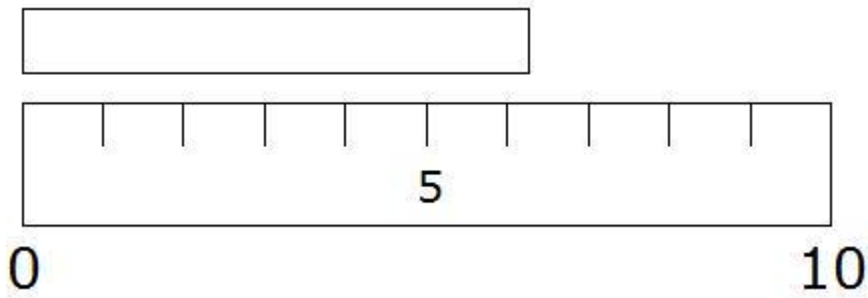
La mesure de durée permet de calculer des distances. La méthode consiste à mesurer le temps t que met un signal (sonore ou lumineux) pour faire un aller retour entre un point et nous même de façon à savoir quelle distance nous sépare. Connaissant la vitesse v dans le milieu où l'on se trouve, la distance x recherchée est :

$$\boxed{x = \frac{v.t}{2}}$$

X - L'expression du résultat

La précision des mesures

La précision d'une mesure dépend de la précision de l'instrument et de la technique de mesure utilisée. Chaque longueur est mesurée avec une **imprécision ou incertitude** qu'il est important d'évaluer. Par exemple, la largeur d'une feuille A4 (210 x 297) est **210 $\pm$ 0,5 mm**.



L'objet x que l'on mesure se trouve entre la 6ème et la 7ème graduation, on dira qu'il mesure **6 $\pm$ 0,5 cm ou bien, 5,5 $\leq$ x $\leq$ 6,5.**

Les chiffres significatifs

Les chiffres significatifs d'un nombre **les chiffres certains et le premier chiffre incertain** de ce nombre. (Dans 0,0125 il y a trois chiffres significatifs : 1 et 2 sont les chiffres certains et 5 est le chiffre incertain de la mesure)

Remarque:
Une mesure de 120 mm comporte trois chiffres significatifs c'est aussi égal à 12,0 cm qui comporte également 3 chiffres significatifs. En revanche, 0,120 m ne comporte également que 3 chiffres significatifs (non pas 4).

Les opérations avec les chiffres significatifs

Le résultat d'une somme ou d'une différence doit comporter le même nombre de chiffre après la virgule que celui qui en a le moins. (Ex : 0,1 + 0,01 $\approx$ 0,1)

Le résultat d'une multiplication ou d'une division doit comporter le même nombre de chiffres significatifs que celui qui en a le moins. (Ex : 456/13 $\approx$ 35)