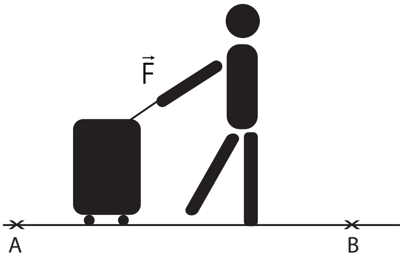
Chapitre 04 Travail et énergie mécanique

J'APPRENDS

1. Définition du travail d'une force constante

Lorsqu'un système se déplace d'un point A vers un point B sous l'action d'une force constante $\vec{F}$, il acquiert de l'énergie qu'on appelle travail de la force $\vec{F}$ (figure 1)

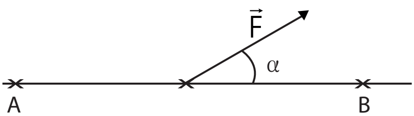


Lorsqu'on tire une valise pour la déplacer du point A vers le point B, on dépense de l'énergie (sous forme d'ATP consommée par les muscles).
Cette énergie est transférée à la valise et se manifeste sous forme d'énergie cinétique.

Le travail d'une force constante $\vec{F}$ fourni lors du déplacement du système d'un point A vers un point B est égale au produit scalaire de la force $\vec{F}$ par le vecteur de déplacement $\overrightarrow{AB}$.

$W(\vec{F})_{A \to B} = \vec{F}.\overrightarrow{AB}$
$= F \times AB \times \cos\alpha$
(figure2)

$W(\vec{F})_{A \to B}$ travail de la force $\vec{F}$ en Joules (J)
$\vec{F}$ force en Newton (N)
$\overrightarrow{AB}$ vecteur de déplacement de norme AB en mètres (m)
α angle entre les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{F}$



Travail d'une force $\vec{F}$

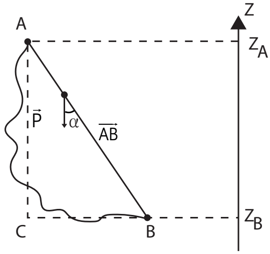
$W(\vec{F})_{A \to B} > 0$ si $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$ (Travail moteur)

$W(\vec{F})_{A \to B} = 0$ si $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (Travail nul)

$W(\vec{F})_{A \to B} < 0$ si $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ (Travail résistant)

2. Travaux de forces usuelles

2.1. Travail du poids dans un champ de pesanteur uniforme



$$W(\vec{P})_{A\to B} = \vec{P}.\overrightarrow{AB}$$

$= P.AB \times \cos\alpha$

or dans le triangle ABC, $\widehat{CAB}$ (angles correspondants)

$$\cos\alpha = \frac{AC}{AB}$$

d'où $AB \times \cos\alpha = AC$

Travail du poids

En remplaçant dans l'expression du travail on a :

$$W(\vec{P})_{A\to B} = P \times AC$$

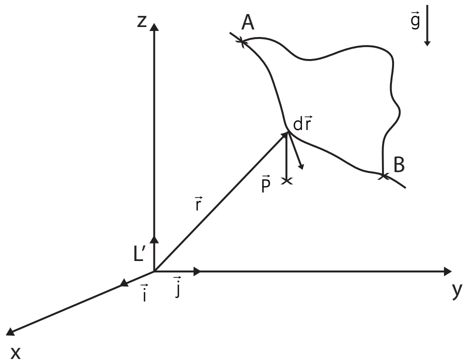
$$W(\vec{P})_{A\to B} = mg(z_A - z_C)$$

$$W(\vec{P})_{A\to B} = mg(z_A - z_B)$$

D'après ce résultat, le travail du poids ne dépend que des côtes z_A et z_B des points A et B. On dit que le travail du poids est indépendant du chemin suivi. Le poids est une force conservative.

De manière générale pour une force conservative, on doit avoir l'intégrale $W(\vec{F})_{A\to B} = \int_A^B \vec{F} d\vec{r}$ indépendante de la manière dont le point matériel soumis à cette force, se déplace de A à B, et dépendant seulement des coordonnées de A et B. Cela signifie que $W(\vec{F})_{A\to B} = f(B) - f(A)$.

Si on applique au travail du poids, on obtient : $W = \int_A^B \vec{P} d\vec{r}$



$$W = \int_A^B m\vec{g}\, d\vec{r}$$

or pour des faibles altitudes

$\vec{g} = \overrightarrow{constante}$

donc $W = m\vec{g}\int_A^B d\vec{r} = m\vec{g}[\vec{r}]_A^B$

$m\vec{g}(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = m\vec{g}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB})$

$=m\vec{g}\overrightarrow{AB}$ or $\vec{g}\left|\begin{array}{l} o \\ o \\ g \end{array}\right. \quad \overrightarrow{AB}\left|\begin{array}{l} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{array}\right.$

si $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$

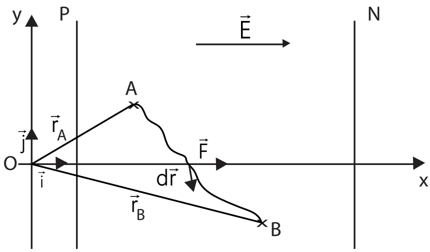
alors $\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy' + zz'$

d'où $W = m[0 \times (x_B - x_A) + 0\,(y_B - y_A) + g(z_B - z_A)]$
$W = mg\,(z_B - z_A)$

Le travail des poids ne dépend donc que des côtés $z_B - z_A$ des points A et B et pas du chemin suivi pour aller d'un point à l'autre.

2.2. Travail de la force électrique dans un champ électrostatique uniforme

Une particule de charge q qui se déplace d'un point A vers un point B, P chargée positivement et N chargée négativement, est soumise à une force $\vec{F}$ telle que $\vec{F} = q\vec{E}$ avec $\vec{E}$ intensité du champ électrique n Nm^{-1} (figure 5).



Une charge q > 0 est soumise à la force $\vec{F} = q\vec{E}$ lors de son déplacement de A vers B.

$$W(\vec{F})_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r}$$

$$= \int_A^B q\vec{E}.d\vec{r} = q\vec{E}\int_A^B d\vec{r} = q\vec{E}[\vec{r}]_n^B$$

$$= q\vec{E}(\vec{r}_B - \vec{r}_A) = q\vec{E}(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = q\vec{E}.\overrightarrow{AB}$$

or $\vec{E}\left|\begin{array}{l} E \\ O \end{array}\right. \quad \overrightarrow{AB}\left|\begin{array}{l} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{array}\right.$

d'où $W(\vec{F})_{A\to B} = q(E(x_B - x_A) + O(y_B - y_A))$

$W(\vec{F})_{A\to B} = qE(x_B - x_A)$

or $U_{AB} = E(x_B - x_A)$

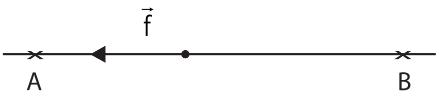
d'où $W(\vec{F})_{A\to B} = qU_{AB}$
Le travail de la force électrique $\vec{F}$ qui s'exerce sur une particule de charge q est indépendant du chemin suivi. Il ne dépend que des abscisses x_A et x_B des points A et B. La force électrique est alors une force conservative.

2.3. Travail d'une force de frottement d'intensité constante

La force du frottement n'est pas une force conservative.
Son travail dépend du chemin suivi.
Lorsque le chemin entre les points A et B est une droite,

$W(\vec{F})_{A\to B} = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = f \times AB \times \cos\alpha =$

$= f \times AB \times \cos\pi =$
$= -f \times AB < 0$ (figure 6)
Le travail de la force de frottement étant négatif, le système perd de l'énergie sous forme de chaleur.



$\vec{f}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont des vecteurs de même direction mais de sens opposé donc

$W(\vec{F})_{A\to B} < 0$

3. Conservation de l'énergie mécanique

3.1. Définition de l'énergie mécanique

L'énergie mécanique d'un système est définie comme la somme de son énergie cinétique et de ses énergies potentielle.
$E_m = E_c + E_p$
Il existe plusieurs types d'énergie potentielle, chacune étant associée à une force conservative.
L'énergie potentielle E_{pp} de la pesanteur est associée au poids .
L'énergie potentielle E_{pel} électrique est associée à la force électrique.
L'énergie potentielle E_{pe} élastique est associée à la tension d'un ressort élastique et ainsi de suite.

4. Conservation et non conservation de l'énergie mécanique

Lorsqu'un système n'est soumis qu'à des forces conservatives, son énergie mécanique reste constante, donc $\Delta E_m = 0$.
Si le système est sous l'action d'au moins une force non conservative, son énergie mécanique varie.
La variation de l'énergie mécanique d'un système, en mouvement entre deux points A et B, est égale à la somme des travaux de forces non conservatives qui agissent sur le système lors de son déplacement de A à B.

$$\Delta E_{m_{A\to B}} = \sum W(\vec{F})_{A\to B}$$

Dans le cas de deux forces non conservatives $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$

$$\Delta E_{m_{A\to B}} = W(\vec{F}_1)_{A\to B} + W(\vec{F}_2)_{A\to B}$$

$$E_m(A) - E_m(A) = W(\vec{F}_1)_{A\to B} + W(\vec{F}_2)_{A\to B}$$