Chapitre 13

Mouvements des planètes et satellites

Toujours dans le domaine de la mécanique, à la suite des chapitres 10, 11, on se propose ici d'étudier le mouvement d'un corps en orbite autour d'un autre, comme pour les planètes, les satellites, les astéroïdes etc.
Ce chapitre s'articule autour du plan suivant :

- Lois de Kepler
- Mouvement circulaire uniforme (Vidéo)

13.1 Lois de Kepler

13.1.1 1ère loi de Kepler : loi des orbites

1$^{\text{ère}}$ loi de Kepler : loi des orbites

Les planètes et les satellites décrivent une **orbite elliptique plane** dont le centre attracteur est l'un des foyers.

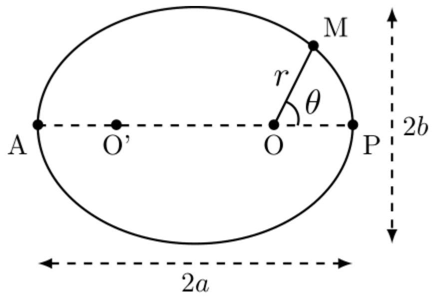

Figure 13.1 – Schéma d'une ellipse, de foyers O et O', de demi grand axe a et demi petit axe b.

13.1.2 2ème loi de Kepler : loi des aires

2$^{\text{ème}}$ loi de Kepler : loi des aires

Le segment reliant les points O et M_i balaie des **aires égales** pendant des **durées égales Δt**.

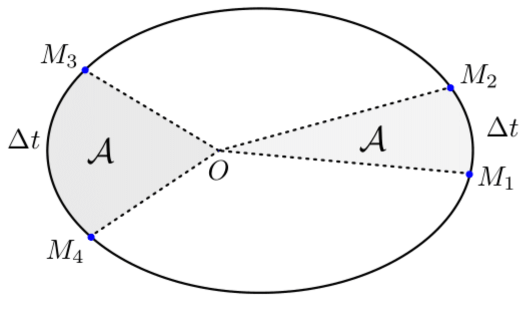

Figure 13.2 – Loi des aires.

13.1.3 3ème loi de Kepler : loi des périodes

3$^{\text{ème}}$ loi de Kepler : loi des périodes

La période de révolution T d'un corps en orbite autour d'un autre, est reliée au demi-grand axe a de l'ellipse par :

$$\frac{\mathbf{T^2}}{\mathbf{a^3}} = \mathbf{cste}$$

Remarques :

- Attention, la constante n'est pas une constante universelle, elle dépend du corps qui joue le rôle de centre de gravitation à l'un des foyers de l'ellipse.
- a ne désigne pas l'accélération ici, mais bien le demi-grand axe de l'ellipse ; c'est une longueur en m.

13.2 Mouvement circulaire uniforme

D'un point de vue mathématique, un cercle est une ellipse particulière dont les foyers sont confondus (appelé le centre O du cercle), et où les demis-grand et petit axes sont égaux au rayon r du cercle.

Dans cette section, on considère un corps de masse m, assimilé à son centre de gravité G, ayant une **orbite circulaire** autour d'un autre corps de masse M, assimilé à son centre de gravité O. On note r le rayon de l'orbite (cf. figure 13.3).

- Système : {G}
- Référentiel : « $O-$centrique » dans le repère de Frenet
- Bilan des forces : Force gravitationnelle $\overrightarrow{F}$ exercée par O sur G

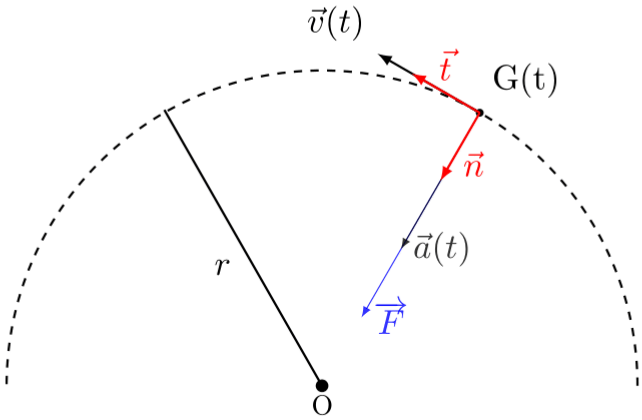

Figure 13.3 – Schéma d'un corps en orbite circulaire autour d'un autre, dans le repère de Frenet.

13.2.1 Accélération centripète pour une trajectoire circulaire

Accélération centripète

D'après la seconde loi de Newton pour un système de masse constante :

$$m\overrightarrow{a}(t) = \overrightarrow{F} = G\frac{mM}{r^2}\vec{n} \qquad (13.1)$$

La force $\overrightarrow{F}$ étant dirigée de G vers O, alors le vecteur accélération $\overrightarrow{a}(t)$ aussi. On dit que l'accélération est **centripète**.

13.2.2 Vitesse pour une trajectoire circulaire

Vitesse en mouvement circulaire

L'accélération s'exprime dans le repère de Frenet par :

$$\vec{a}(t) = \frac{dv(t)}{dt}\vec{t} + \frac{v^2(t)}{R}\vec{n}$$

D'après l'équation 13.1, on en déduit :

$$\frac{dv(t)}{dt} = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{v^2(t)}{r} = G\frac{M}{r^2}$$

On déduit de la première égalité que le mouvement est **uniforme** car $\frac{dv(t)}{dt} = 0 \Longrightarrow v = \text{cste}$.
La deuxième égalité nous donne la norme constante de la vitesse :

$$\mathbf{v} = \sqrt{\frac{\mathbf{GM}}{\mathbf{r}}}$$

Remarque : On peut également montrer qu'une orbite circulaire est nécessairement uniforme à l'aide de la seconde loi de Kepler. En effet, le segment $[OG]$ est alors constant, donc pour que les aires balayées soient égales pendant une même durée Δt, il faut que la longueur de l'arc de cercle parcouru soit le même à chaque fois, et donc que la vitesse soit constante.

13.2.3 Période de révolution et 3ème loi de Kepler

Puisque le mouvement est circulaire uniforme, on en déduit que la vitesse du corps G peut s'écrire :

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Où $2\pi r$ représente le périmètre du cercle, donc la distance parcourue par G en un tour complet, et T la période de révolution de G autour de O.

Période de révolution en mouvement circulaire uniforme

La vitesse v constante de G au cours de son mouvement circulaire autour de O s'exprime de deux manières :

$$v = \frac{2\pi r}{T} \qquad \text{et} \qquad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Par égalité, et en passant au carré, on obtient : $\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r}$, soit :

$$\frac{\mathbf{T^2}}{\mathbf{r^3}} = \frac{\mathbf{4\pi^2}}{\mathbf{GM}} = \textbf{cste} \quad \textbf{(3}^{\textbf{ème}}\textbf{ loi de Kepler)}$$

13.2.4 Satellite géostationnaire

Satellite géostationnaire

On dit qu'un satellite est **géostationnaire** lorsqu'il est immobile dans le référentiel terrestre. Il tourne donc à la même vitesse que la Terre sur elle-même.