Tout ce qu'il faut savoir en math

1 Pourcentage

1.1 Pourcentage instantanné

- Déterminer un pourcentage t % d'une partie a par rapport à un total b : $\boxed{t = \dfrac{a}{b} \times 100}$

- Prendre un pourcentage t d'une quantité a : $\boxed{\dfrac{t}{100} \times a}$

- Déterminer le total b d'une partie a représentant t % du total : $\boxed{b = \dfrac{a \times 100}{t}}$

- Pourcentage de pourcentage : a % de b % représente : $\boxed{\dfrac{a \times b}{100}\ \%}$

1.2 Pourcentage d'évolution

On a le schéma suivant : $\underset{\text{Valeur initiale}}{V_i} \longrightarrow \underset{\text{Valeur finale}}{V_f}$

- Le pourcentage d'évolution et le coefficient multiplicateur valent $\boxed{t = \dfrac{V_f - V_i}{V_i} \times 100 \quad \text{et} \quad CM = \dfrac{V_f}{V_i}}$

- Pour une réduction r ou une augmentation a, on a : $\boxed{CM = 1 - \dfrac{r}{100} \quad \text{ou} \quad CM = 1 + \dfrac{a}{100}}$

- Pour un coefficient CM donné, on a : $\boxed{CM < 1 \quad r = 100(1 - CM) \quad \text{ou} \quad CM > 1 \quad a = 100(CM - 1)}$

- Pour un coefficient CM et une valeur initiale V_i donnés, on a : $\boxed{V_f = CM \times V_f}$

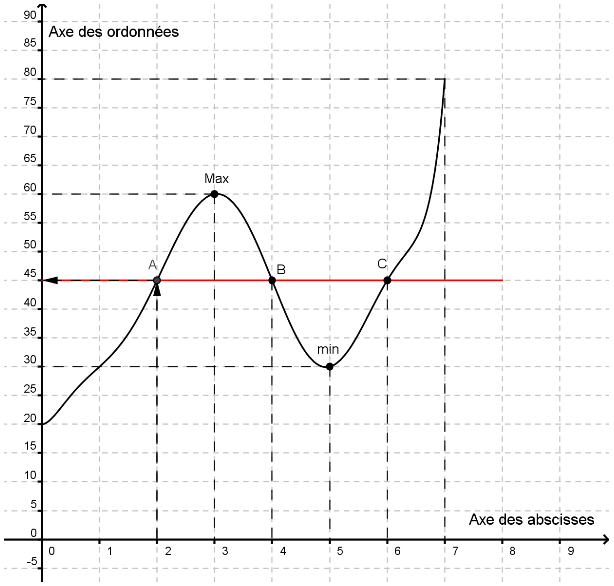
- Pour un coefficient CM et une valeur finale V_f donnés, on a : $\boxed{V_i = \dfrac{V_f}{CM}}$

- Pour deux évolutions successives, on a :
$$V_1 \xrightarrow{CM_1} V_2 \xrightarrow{CM_2} V_3$$
$$V_1 \xrightarrow{CM_T = CM_1 \times CM_2} V_3$$

  On calcule le coefficient global : $CM_T = CM_1 \times CM_2$ puis on en déduit l'évolution globale.

2 Lecture graphique

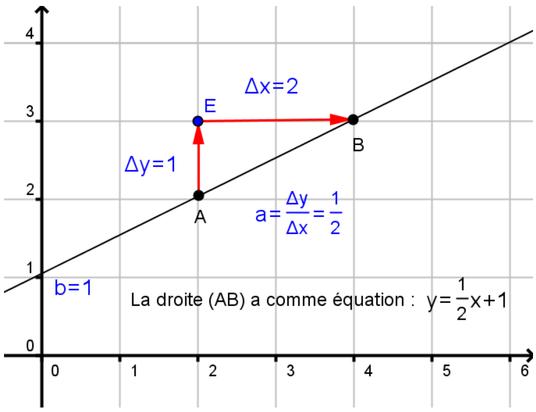
2.1 Lecture d'une courbe



- L'image de 2 est 45 car $f(2) = 45$
- Les antécédants de 45 sont 2, 4 et 6 car
$$f(2) = f(4) = f(6) = 45$$
- Le tableau de variation de la fonction f est :

x	0		3		5		7
$f(x)$	20	$\nearrow$	60	$\searrow$	30	$\nearrow$	80

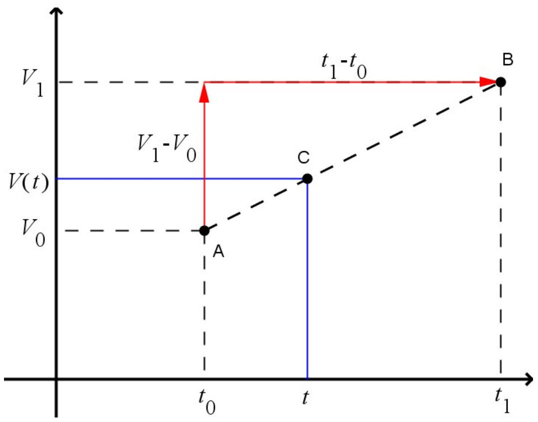
2.2 Les droites



- L'équation d'une droite est du type :
$$y = ax + b$$
- Par lecture graphique, on obtient :

b par l'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées
a comme le rapport de la variation d'ordonnées sur la variation d'abscisses.

Interpolation linéaire

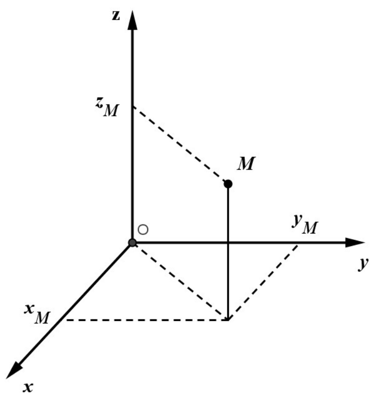


- Lorsque l'on suppose, qu'entre deux mesures d'une quantité, que la variation est linéaire (droite), on dit que l'on effectue une interpolation linéaire.
- On peut alors donner une estimation d'une valeur $V(t)$ comprise entre t_0 et t_1 par :

$$V(t) = a(t - t_0) + V_0 \quad \text{avec} \quad a = \frac{V_1 - V_0}{t_1 - t_0}$$

V_0 étant la valeur à t_0 et V_1 à t_1

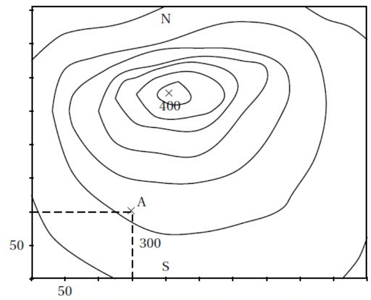
2.3 Repérage dans l'espace et lignes de niveaux



Pour représenter un point M dans l'espace, il faut trois coordonnées.

On écrit : $M(x_M, y_M, z_M)$.

x_M est l'abscisse de M.
y_M est l'ordonnée de M.
z_M est la cote de M.



Graphique 1. Plan de la colline (courbes de niveau)

Un autre moyen de représenter une surface non plane est de la représenter dans le plan en traçant sur celui-ci des lignes, symbolisant la troisième dimension, espacées de façon régulières. C'est ce système qui est utilisé sur les carte routière, carte d'excursion en montagne, …

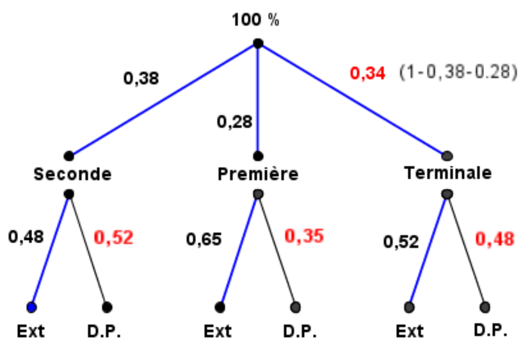
3 Statistiques et dénombrement

3.1 Dénombrement

	A	$\overline{A}$	Total
B_{16}	13	7	20
$\overline{B_{16}}$	12	2	14
Total	25	9	34

Variables indépendantes : On fait un tableau double entrée.

Voici le tableau qui correspond à l'énoncé suivant : Dans une classe de 34 élèves, 20 ont 16 ans, 25 pratiquent l'anglais en LV1 dont 13 élèves de 16 ans.



Variables conditionnées : On fait un arbre pondéré.

Voici l'arbre qui correspond à l'énoncé suivant : Dans un lycée de 2 500 élèves, 38 % sont en classe de 2^{nde}, 28 % en 1^{re} et le reste en T^{le}. De plus, on sait que :

- 48 % des élèves de 2^{nde} sont externes.
- 65 % des élèves de 1^{re} sont externes.
- 52 % des élèves de T^{le} sont externes.

Quel est le pourcentage d'externe ?

$$\begin{aligned}
\%\text{ d'externes} &= 100 \times 0,38 \times 0,48 + 100 \times 0,28 \times 0,65 + 100 \times 0,34 \times 0,52 \\
&= 100(0,38 \times 0,48 + 0,28 \times 0,65 + 0,34 \times 0,52) \\
&= 100(0,1824 + 0,182 + 0,1768) \\
&= 54,12\ \%
\end{aligned}$$

3.2 Statistiques

Paramètres de position

- La moyenne :

  1) Si le nombre de valeurs est peu important, on a : $\overline{x} = \dfrac{\sum x_i}{N}$

  2) Si le nombre de valeurs est plus important, on : $\overline{x} = \dfrac{\sum n_i \times x_i}{N}$

  3) La moyenne de deux séries : $\overline{x} = \dfrac{n_1\overline{x}_1 + n_2\overline{x}_2}{n_1 + n_2}$

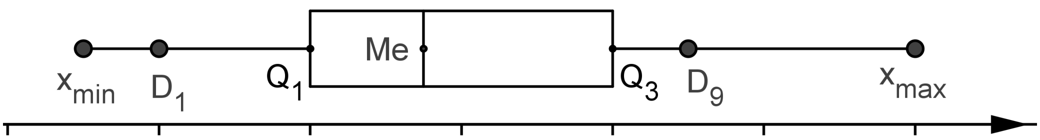
- **La médiane**
  On appelle médiane d'une série ordonnée, la valeur Me qui partage cette série en deux effectifs égaux.
  On calcule alors : $\dfrac{N+1}{2}$. Si c'est un nombre entier on prend la valeur correspondante, sinon on prend entre les deux valeurs correspondantes qui encadre ce nombre.

- **Les quartiles**
  Le premier quartile Q_1 d'une série ordonnée est la plus petite valeur pour laquelle 25 % au moins des valeurs de la série sont égales ou inférieures à celle-ci.

  Le troisième quartile Q_3 est la plus petite valeur pour laquelle 75 % au moins des valeurs de la série sont égale ou inférieures à celle-ci.
  On calcule $\dfrac{N}{4}$ et $\dfrac{3N}{4}$, et on prend la valeur immédiatement au dessus
  On appelle l'intervalle interquartile, l'intervalle : $IQ = [Q_1 ; Q_3]$
  L'écart interquartile est alors : $e = Q_3 - Q_3$

- **Les déciles**
  Le décile D_1 est la plus petite valeur de la variable telle qu'au moins 10 % des valeurs de la série lui soient inférieures ou égales.
  Le décile D_9 est la plus petite valeur de la variable telle qu'au moins 90 % des valeurs de la série lui soient inférieures ou égales.
  On calcule $\dfrac{N}{10}$ et $\dfrac{9N}{10}$, et on prend la valeur immédiatement au dessus

- **Le diagramme en boîte**
  Le diagramme en boîtes représente une série statistique ainsi que sa médiane, ses quartiles et ses valeurs extrêmes (éventuellement les déciles) :

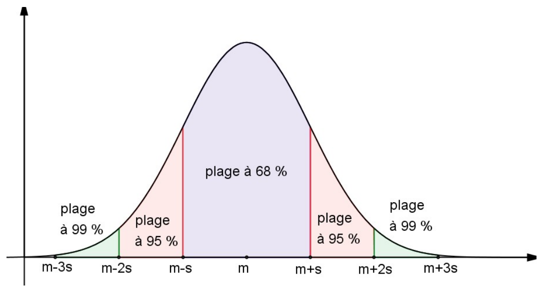


Paramètres de dispersion l'écart type

Dans une série de N valeurs et de moyenne $\overline{x}$, on appelle **écart type** σ, la valeur qui correspond à la racine carrée de la moyenne des écarts au carré par rapport à la moyenne. Il correspond donc à la position de valeurs autour de la moyenne.

Modèle Gaussien

Le modèle gaussien, représente une série symétrique par rapport à la moyenne (dans ce cas $\overline{x} = Me$) où l'on définit des plages de normalité ou intervalle de confiance.



m représente la moyenne et s l'écart type

Les plages de normalité sont définies comme ci-dessous :

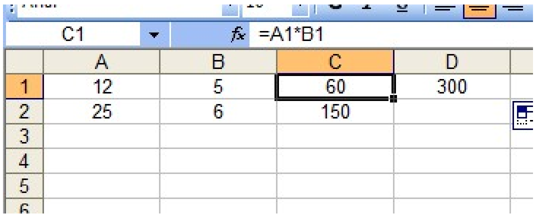
- Plage de normalité à 68 % : $[m - s; m + s]$
- Plage de normalité à 95 % : $[m - 2s; m + 2s]$
- Plage de normalité à 99 % : $[m - 3s; m + 3s]$

4 Suites et croissance

Suites arithmétiques (utilisées pour des variations absolues)	**Suite géométriques** (utilisées pour des variations relatives (en %)
Définition : $u_{n+1} = u_n + r$ et un terme initial (u_0 ou u_1). r est la raison **Propriété** : la différence entre deux termes consécutifs est constante. (variation absolue) La croissance est **linéaire** et la représentation des termes de la suite est un ensemble de **points alignés** **Terme général :** $u_n = u_0 + nr$ ou $u_n = u_1 + (n-1)r$	**Définition :** $u_{n+1} = q \times u_n$ et un terme initial (u_0 ou u_1). q est la raison **Propriété** : le rapport de deux termes consécutifs est constant. (variation en %) La croissance est **exponentielle** et la représentation des termes de la suite sont sur une courbe exponentielle. **Terme général :** $u_n = u_0 \times q^n$ ou $u_n = u_1 \times q^{n-1}$

5 Tableur

Pour écrire une formule dans un tableur on commence par le signe =.



Pour que la cellule réactualise si on change les données, on doit écrire une formule avec le nom des cellules.

Exemple : en $C1$ on écrit : $\boxed{= A1{*}B1}$

La cellule se réactulisera si on modifie les valeurs en $A1$ et $B1$.

Cette formule utilise des adresses relatives, c'est à dire que si on recopie cette formule :

- vers le bas, on aura dans la cellule $C2$: $\boxed{= A2{*}B2}$
- vers la droite, on aura dans la cellule $D1$: $\boxed{B1{*}C1}$

Pour avoir une cellule qui ne se modifie pas par recopie , on met alors le symbole $ devant la lettre pour bloquer la colonne et devant le numéro pour bloquer la ligne. On aura alors :

- $\boxed{= \$A1}$ bloque la colonne A
- $\boxed{= A\$1}$ bloque la ligne 1
- $\boxed{\$A\$1}$ bloque la colonne A et la ligne 1

Si on recopie la cellule $C1$ qui possède la formule $\boxed{= \$A1{*}B\$1 + \$B\$2}$

- vers le bas, on aura dans la cellule $C2$: $\boxed{= \$A2{*}B\$1 + \$B\$2}$
- vers la droite, on aura dans la cellule $D1$: $\boxed{= \$A1{*}C\$1{+}\$B\$2}$