

Le second degré

Forme canonique

EXERCICE 1

Dans chaque cas, écrire le trinôme sous sa forme canonique.

a) $x^2 + 6x - 8$

c) $2x^2 + 6x + 4$

e) $3x^2 + 12x + 12$

b) $x^2 - 5x + 3$

d) $-x^2 + x + 3$

f) $-x^2 + 7x - 10$

Résolution d'équation

EXERCICE 2

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes à l'aide du discriminant Δ :

1) $x^2 - x - 6 = 0$

6) $1 - t - 2t^2 = 0$

2) $x^2 + 2x - 3 = 0$

7) $x^2 + x - 1 = 0$

3) $x^2 - x + 2 = 0$

8) $2x^2 + 12x + 18 = 0$

4) $-x^2 + 2x - 1 = 0$

9) $-3x^2 + 7x + 1 = 0$

5) $y^2 + 5y - 6 = 0$

10) $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$

EXERCICE 3

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes à l'aide du discriminant Δ :

1) $3x^2 - 4\sqrt{7}x - 12 = 0$

4) $2x - x^2 - 2 = 0$

2) $\sqrt{2}t^2 - 3t + \sqrt{2} = 0$

5) $x^3 - 8x^2 + 12x = 0$

3) $x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 1 + \sqrt{3} = 0$

6) $(2x - 1)^2 + 3 = 0$

EXERCICE 4

Pour quelle valeur de m l'équation : $x^2 - 4x + m - 1 = 0$ admet-elle une racine double ? Calculer cette racine ? Est-ce surprenant !

EXERCICE 5

À l'aide votre calculatrice, tracer la courbe $y = x^2$ et la droite $y = x + 2$.

On prendra comme fenêtre $X \in [-5 ; 5]$ et $Y \in [-3 ; 7]$.

Résoudre graphiquement l'équation : $x^2 - x - 2 = 0$

Factorisation, somme et produit des racines

EXERCICE 6

Écrire les trinômes suivants sous la forme d'un produit de facteurs.

a) $f(x) = x^2 - 7x + 10$

b) $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$

c) $f(x) = -3x^2 + 4x + 4$

d) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 1$

EXERCICE 7

- a) Vérifier que -1 est solution de l'équation : $x^2 + 3x + 2 = 0$
 b) Quelle est la somme et le produit des racines ?
 c) En déduire l'autre solution.

EXERCICE 8

- a) Vérifier que 2 est solution de l'équation : $x^2 - 5x + 6 = 0$
 b) Quelle est la somme et le produit des racines ?
 c) En déduire l'autre solution.

EXERCICE 9

Trouver une racine évidente des équations suivantes et en déduire l'autre solution sans calculer le discriminant.

1) $x^2 - 7x + 6 = 0$

5) $x^2 + x - 6 = 0$

2) $-3x^2 + 2x + 5 = 0$

6) $x^2 + 5x + 4 = 0$

3) $x^2 + 3x - 10 = 0$

7) $2x^2 + x\sqrt{5} - 15 = 0$

4) $x^2 - x\sqrt{2} - 4 = 0$

8) $x^2 - 8x + 15 = 0$

EXERCICE 10

m est un réel donné, $m \neq 1$.

On considère l'équation $E_m : (m - 1)x^2 - 2x + 1 - m = 0$

Démontrer que pour tout m , $m \neq 1$, l'équation E_m a deux solutions distinctes x_1 et x_2 de signes contraires.

Signe du trinôme**EXERCICE 11**

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $x^2 - 3x + 2 > 0$

7) $x(x - 2) < 0$

2) $x^2 + 4 \geq 0$

8) $x^2 + 7x + 12 \geq 0$

3) $m^2 + m - 20 \leq 0$

9) $-2x^2 - x + 4 > 0$

4) $x^2 - x + 1 < 0$

10) $2x^2 - 24x + 72 \leq 0$

5) $3x^2 + 18x + 27 > 0$

11) $x^2 + 4x - 12 < 0$

6) $-x^2 - 9 \geq 0$

12) $x^2 - 5x + 7 > 0$

EXERCICE 12

Soit $m \in \mathbb{R}$ et f la fonction trinôme définie par : $f(x) = x^2 - (m + 1)x + 4$.

- a) Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle une seule solution ?
Calculer alors cette racine.
- b) Pour quelle(s) valeur(s) de m , l'équation $f(x) = 0$ n'a-t-elle aucune solution ?

EXERCICE 13

Soit $m \in \mathbb{R}$ et f la fonction trinôme définie par : $f(x) = mx^2 + 4x + 2(m - 1)$.

- a) Pour quelle(s) valeur(s) de m l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle une seule solution ?
Calculer alors cette racine.
- b) Quel est l'ensemble de réels m pour lesquels l'équation $f(x) = 0$ a deux racines distinctes ?
- c) Quel est l'ensemble des réels m pour lesquels $f(x) < 0$ pour tout réel x ?

Équations et inéquations se ramenant au second degré**EXERCICE 14**

Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} = 2x - 1$

c) $\frac{1}{x + 2} - \frac{2}{2x - 5} = \frac{9}{4}$

b) $\frac{3x}{x + 2} - \frac{x + 1}{x - 2} = -\frac{11}{5}$

d) $\frac{3x^2 + 10x + 8}{x + 2} = 2x + 5$

EXERCICE 15

Résoudre les inéquations suivantes

a) $\frac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 + x - 2} > 0$

c) $(x + 3)(x - 1) < 2x + 6$

b) $(2x - 1)^2 > (x + 1)^2$

d) $\frac{x + 3}{1 - x} \geq -5$

EXERCICE 16

Résoudre les équations bicarrées suivantes :

a) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

d) $4x^2 - 35 - \frac{9}{x^2} = 0$

b) $2x^4 - x^2 + 1 = 0$

e) $-2x^4 + 12x^2 - 16 = 0$

c) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

f) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$

EXERCICE 17

Avec un changement de variable approprié, résoudre les équations suivantes :

a) $(x^2 - x)^2 = 14(x^2 - x) - 24$

b) $x - 3\sqrt{x} - 4 = 0$

EXERCICE 18

Résoudre les systèmes suivants :

a)
$$\begin{cases} x + y = 18 \\ xy = 65 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y = -1 \\ xy = -42 \end{cases}$$

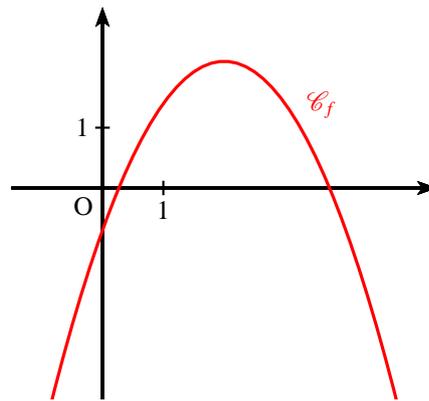
Représentation graphique**EXERCICE 19**

On considère un trinôme du second degré P défini sur \mathbb{R} par : $P(x) = ax^2 + bx + c$.

La représentation graphique de P est donné ci-contre.

En utilisant cette représentation graphique, choisir pour chacune des questions suivantes la seule réponse exacte.

On se justifiera.



1) Le coefficient a est :

a) strictement positif

b) strictement négatif

c) on ne peut pas savoir

2) Le coefficient b est :

a) strictement positif

b) strictement négatif

c) on ne peut pas savoir

3) Le coefficient c est :

a) strictement positif

b) strictement négatif

c) on ne peut pas savoir

4) Le discriminant Δ est :

a) strictement positif

b) strictement négatif

c) on ne peut pas savoir

5) La somme des coefficients $a + b + c$ est :

a) strictement positif

b) strictement négatif

c) on ne peut pas savoir

Problèmes

EXERCICE 20

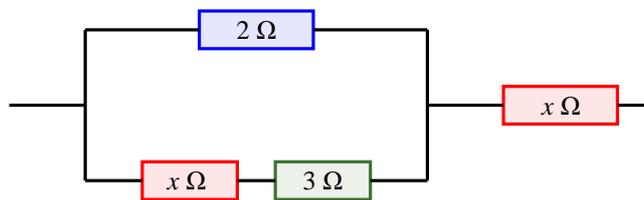
n joueurs participent à un jeu. La règle prévoit que le joueur gagnant reçoit n € de la part de chacun des autres joueurs. Au cours d'une partie, le gagnant a reçu 20 €. Combien y a-t-il de joueurs ?

EXERCICE 21

Trouver deux entiers consécutifs dont le produit est égal à 4 970.

EXERCICE 22

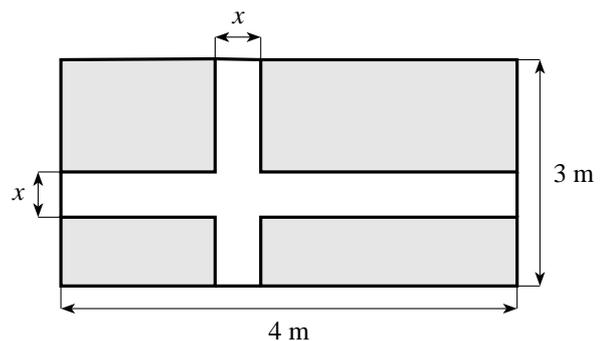
Dans un circuit électrique, des résistances ont été montées comme l'indique la figure ci-dessous. Déterminer la valeur de la résistance x pour que la résistance équivalente de l'ensemble soit de $4,5 \Omega$.

**EXERCICE 23**

Peut-on trouver trois carrés ayant pour côtés des entiers consécutifs et dont la somme des aires est 15 125 ? Si oui préciser quelles sont les valeurs que doivent avoir les côtés. Même question avec 15 127.

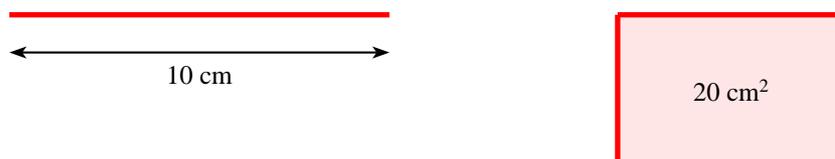
**EXERCICE 24**

Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restante du drapeau ?



EXERCICE 25

- a) On dispose d'une baguette de bois de 10 cm de long. Où briser la baguette pour que les morceaux obtenus soient les deux côtés consécutifs d'un rectangle de surface 20 cm^2 ?



- b) Même question : où briser la baguette pour avoir un rectangle de 40 cm^2 ?

EXERCICE 26

Pour se rendre d'une ville A à une ville B distante de 195 km, deux cyclistes partent en même temps. L'un d'eux, dont la vitesse moyenne sur le parcours est supérieure de 4 km/h à celle de l'autre arrive 1 heure plus tôt. Quelles sont les vitesses moyennes des deux cyclistes ?

EXERCICE 27

L'aire d'un triangle rectangle est de 429 m^2 , et l'hypoténuse a pour longueur $h = 72,5 \text{ m}$. Trouver le périmètre puis les dimensions du triangle.

EXERCICE 28

On achète pour 80 € d'essence à une station servie. On s'aperçoit qu'à une autre station le prix du litre est inférieur de 0,10 €. On aurait pu ainsi obtenir 5 litres de plus pour le même prix. Quel est le prix de l'essence à la première station et combien de litres en avait-on pris ?

On donnera les valeurs à 10^{-4} près.