Devoir de mathématiques

A rendre le 02 novembre 2015

EXERCICE 1

Représentations graphiques **(2,5 points)**

Sur le graphique ci-dessous, on donne 5 paraboles. Attribuer à chacune de ces courbes la fonction qui lui est associée. On se justifiera.

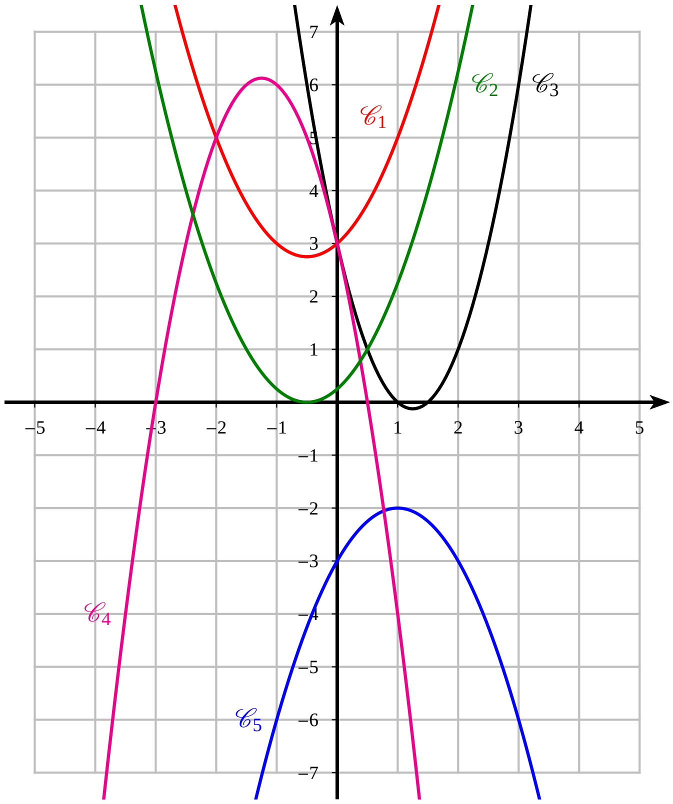
a) $f_1(x) = -x^2 + 2x - 3$

b) $f_2(x) = x^2 + x + 3$

c) $f_3(x) = 2x^2 - 5x + 3$

d) $f_4(x) = -2x^2 - 5x + 3$

e) $f_5(x) = x^2 + x + \dfrac{1}{4}$



EXERCICE 2

Forme canonique **(2 points)**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2x^2 + 8x - 13$

1) Déterminer la forme canonique de la fonction f.

2) En déduire le maximum de f et la valeur de x pour lequel il est atteint.

EXERCICE 3

Équations et inéquations **(6,5 points)**

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations et inéquations suivantes :

1) $-3x^2 + 2x - 3 = x - 1$

2) $\dfrac{x+1}{x-3} < x$

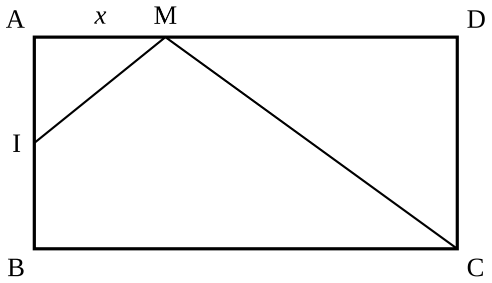
3) $\dfrac{4x^2 + 4x - 15}{-2x^2 + 3x - 4} \leqslant 0$

4) $x^4 - x^2 - 6 = 0$

EXERCICE 4

Problème de triangle **(4 points)**

ABCD est un rectangle tel que : AB = 1 et AD =2. I est le milieu de [AB].
Pour tout point M du segment [AD], on pose AM = x.



1) Quelles valeurs peut prendre x ?
2) On pose $f(x) = \mathrm{MI}^2 + \mathrm{MC}^2$.
   Exprimer $f(x)$ en fonction de x.
3) Dresser le tableau de variation de la fonction f.
4) On se propose de déterminer les valeurs de x pour lesquelles les triangle IMC est rectangle en M.
   a) Montrer que le triangle IMC est rectangle si, et seulement si, $f(x) = \dfrac{17}{4}$
   b) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles le triangle IMC est rectangle.

EXERCICE 5

Équation paramétrique **(2,5 points)**

On considère l'équation (E) définie sur $\mathbb{R}$ par : $x^2 + (m+1)x - m^2 + 1 = 0$

a) Pour quelles valeurs de m l'équation (E) admet-elle une solution unique ?
b) Pour quelles valeurs de m l'équation (E) admet-elle 2 solutions réelles distinctes ?

EXERCICE 6

Algorithme **(2,5 points)**

On considère l'équation du second degré suivante : $mx^2 - p = 0$

Voici un algorithme permettant de résoudre cette équation en fonction des paramètre m et p. Recopier cet algorithme puis compléter les pointillés.

Variables : m, p, x_1, x_2
Entrées et initialisation
- Lire m, Lire ......

Traitement et sorties
- **si** $m = 0$ **alors**
  - **si** $p = 0$ **alors**
    - Afficher "........"
  - **sinon**
    - Afficher "........"
  - **fin**
- **sinon**
  - **si** $p = 0$ **alors**
    - Afficher "...... est l'unique solution"
  - **sinon**
    - **si** $\dfrac{p}{m} > 0$ **alors**
      - ...... $\to x_1$
      - ...... $\to x_2$
      - Afficher "l'équation a 2 solutions"
      - Afficher ......
      - Afficher ......
    - **sinon**
      - Afficher "........"
    - **fin**
  - **fin**
- **fin**