

Devoir de mathématiques

A rendre le 04 janvier 2016

EXERCICE 1

Vrai-Faux

(4 points)

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier la réponse.

- 1) La fonction f définie par sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x^2 + 6x - 3$ est croissante sur $[0 ; 1]$
- 2) Il existe des fonctions dérivables sur \mathbb{R} qui n'ont pas de maximum.
- 3) Deux fonctions définies et dérivables sur \mathbb{R} qui ont la même dérivée sont égales.
- 4) Si f une fonction définie sur $[-1 ; 1]$ telle que $f(-1) > f(1)$, f est décroissante sur $[-1 ; 1]$

EXERCICE 2

Dérivée

(3 points)

Donner l'expression de la dérivée des fonctions suivantes (sans s'intéresser au domaines de dérivabilité).

$$1) f(x) = (3x^2 + 7)\sqrt{x} \quad 2) g(x) = -3x + 5 + \frac{7}{x+1} \quad 3) h(x) = \frac{x^2 - 3x - 5}{4x^2 - 5x + 1}$$

EXERCICE 3

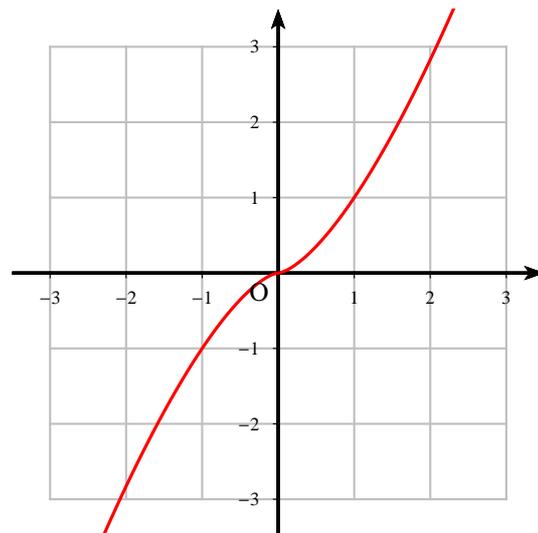
Valeur absolue

(4 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x\sqrt{|x|}$ et soit \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère du plan (voir figure ci-contre).

- 1) Donner l'expression de $f(x)$ sans valeur absolue pour $x > 0$.
- 2) Donner l'expression de $f(x)$ sans valeur absolue pour $x < 0$.
- 3) Donner l'expression de $f'(x)$ pour $x > 0$.
- 4) Calculer $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}$.

La fonction est-elle dérivable en 0 ?



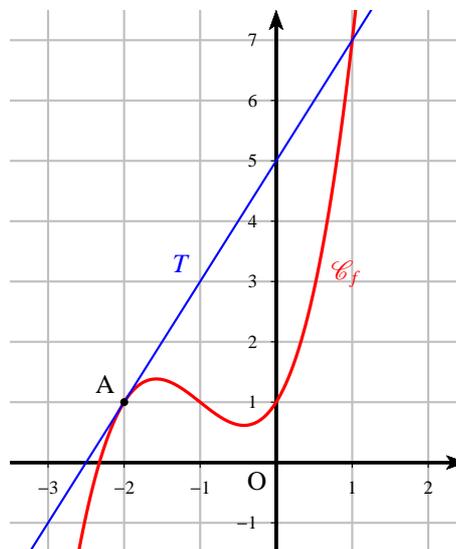
EXERCICE 4

Fonction cube

(6 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 1$
 Soit \mathcal{C}_f sa courbe représentative. (voir courbe ci-dessous).

- 1) Justifier que f est dérivable sur \mathbb{R} et calculer $f'(x)$.
- 2) Déterminer les variations de f puis dresser son tableau de variation.
- 3) Vérifier que, pour tout réel x , on a : $x^3 + 3x^2 - 4 = (x + 2)^2(x - 1)$
- 4) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe au point d'abscisse -2
- 5) Le point $S(-4 ; -3)$ appartient-il à T ?
- 6) Déterminer la position relative de \mathcal{C}_f et de la tangente T sur l'intervalle $[-3 ; 0]$.



EXERCICE 5

Algorithme

(3 points)

- 1) On considère l'algorithme ci-contre. Que fait cet algorithme ?
- 2) Pour quelles valeurs de x le programme exécute-t-il les deux dernières lignes ?
- 3) Donner une autre fonction $F1$ pour laquelle l'algorithme n'exécute jamais les deux dernières lignes.

Variables : X, G : réels et $F1$: fonction
Entrées et initialisation
 | Lire X
Traitement et sorties
 | **si** $F1(X) \geq 0$ **alors**
 | $\sqrt{F1(X)} \rightarrow G$
 | Afficher G
 | **sinon**
 | Afficher "La fonction $F1$ non définie en"
 | Afficher X
fin

Fonction numérique utilisée : $F1(X) = 3X + 2$