Devoir à rendre pour le lundi 7 mars 2016

EXERCICE 1

Monotonie d'une suite **(1,5 points)**

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{2n+5}{n+1}$

1) Déterminer, en fonction de n, $u_{n+1} - u_n$.
2) En déduire la monotonie de la suite (u_n)

EXERCICE 2

Conjecture **(4,5 points)**

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = n^3 - 9n^2$

1) Calculer les premiers termes : u_0, u_1, u_2 et u_3.
   Que peut-on faire comme conjecture sur le sens de variation de la suite (u_n).
2) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par : $f(x) = x^3 - 9x^2$
   a) Déterminer la fonction dérivée f' puis étudier son signe sur $\mathbb{R}_+$.
   b) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}_+$.
   c) En déduire le sens de variation de la suite (u_n). Justifier.
3) Que penser de la conjecture faite à la question 1) ?

EXERCICE 3

Suite arithmétique **(4 points)**

Les questions suivantes sont indépendantes.
On considère une suite arithmétique (u_n) de raison r définie sur $\mathbb{N}$.
On pose $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

1) $u_7 = 111$ et $u_{39} = 15$. Calculer la raison r de la suite (u_n). En déduire u_0 et u_{68}.
2) $u_n = 10$, $r = 2$ et $S_n = -26$. Déterminer n puis u_0.

EXERCICE 4

Suite géométrique **(3 points)**

Les questions suivantes sont indépendantes.
Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible si nécessaire.
On considère une suite géométrique (u_n) de raison $q > 0$ définie sur $\mathbb{N}$.

1) $u_3 = 162$ et $u_5 = 32$. Calculer la raison q de la suite (u_n). En déduire u_0.
2) $u_6 = 63$ et $u_{10} = 5\,103$. Calculer la raison q de la suite (u_n). En déduire u_0 et u_{13}.

Exercice 5

Visualisation d'une suite **(2 point)**

Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} v_0 = 0,5 \\ v_{n+1} = \dfrac{1}{v_n} + 1 \end{cases}$

Sur l'annexe est tracé la courbe représentative de la fonction f telle que $v_{n+1} = f(v_n)$

1) Donner l'expression de la fonction associée $f(x)$.
2) Construire, sur le graphique, les 4 premiers termes de la suite esur l'axe des abscisses. On laissera les traits de construction.
3) Conjecturer la convergence de la suite (v_n)

Exercice 6

Filtre lumineux **(5 points)**

En traversant une plaque de verre teintée, un rayon lumineux perd 23 % de son intensité lumineuse.
On superpose n plaques de verre identiques et on note i_n l'intensité du rayon à la sortie de la n-ème plaque exprimée en candela.

1) i_0 étant l'intensité lumineuse du rayon avant son entrée dans la première plaque de verre et i_1 l'intensité à la sortie de cette plaque de verre, exprimer i_1 en fonction de i_0.
2) Étude de la suite (i_n)
   a) Quelle est la nature de la suite (i_n) ? Justifier.
   b) Exprimer i_n en fonction de n et de i_0.
3) Déterminer l'intensité initiale d'un rayon dont l'intensité après avoir traversé 4 plaques teintées est égale à 15 candelas. On donnera le résultat avec une précision de 10^{-2}.
4) On voudrait savoir le nombre minimum n de plaques pour qu'un rayon traversant ces plaques perde 90 % de son intensité lumineuse.

   Pour cela, on écrit un algorithme, dont on donne une écriture incomplète ci-dessous, permettant de déterminer ce nombre minimum n de plaques nécessaires.

   a) Recopier puis compléter les pointillés de l'algorithme.
   b) À l'aide de cet algorithme déterminer ce nombre n de plaques nécessaires.

Variables : N entier et I réels
Entrées et initialisation
    $0 \to N$
    $\ldots\ldots \to I$
Traitement
    tant que $\ldots\ldots$ **faire**
        $\ldots\ldots \to N$
        $\ldots\ldots \to I$
    fin
Sorties : Afficher $\ldots\ldots$

Nom :

Prénom :

Annexe de l'exercice 5

(À rendre avec la copie)