Contrôle de mathématiques

Mercredi 30 novembre 2016

Exercice 1

Ensemble de définition **(4 points)**

Déterminer en vous justifiant, les ensembles de définition des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2 - 3x + 2}$

2) $f(x) = -2x\sqrt{2x-5}$

3) $f(x) = \sqrt{\dfrac{5}{2-x}}$

4) $f(x) = \sqrt{|x-5|}$

Exercice 2

Résolution graphique **(6 points)**

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{2x^2 - 8x + 2}{1 + x^2}$

1) Visualiser la fonction f sur votre calculatrice.
   On prendra comme fenêtre : $X \in [-9 ; 9]$ et $Y \in [-3 ; 7]$.
   Sur l'annexe ci-jointe, tracer l'allure de la courbe $\mathscr{C}_f$.

2) À l'aide de la représentation graphique sur votre calculatrice, répondre aux questions suivantes :
   a) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[-9 ; 9]$
   b) Pourquoi l'équation $f(x) = 0$ admet-elle deux solutions α et β ?
   À l'aide de la touche calcul de votre calculatrice, déterminer une valeur approchée de α et β à 10^{-2} près.
   c) Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant -1$. On expliquera la méthode utilisée puis on donnera la solution à 10^{-2} près.
   d) Résoudre l'équation $f(x) = -x + 3$. On expliquera la méthode utilisée puis on donnera la solution **positive** à 10^{-2} près.

Exercice 3

Valeur absolue **(4 points)**

1) Résoudre algébriquement les équations et inéquations suivantes
   a) $3 - 4|x-2| = -5$
   b) $|5x+1| = |2-7x|$
   c) $|4x+1| < 7$
   d) $|3x+2| \geqslant 10$

2) Écrire l'intervalle I et l'union d'intervalles J à l'aide de valeurs absolues :
   $\mathrm{I} = [-7; 3]$ $\mathrm{J} =]-\infty ; -3[\cup]5 ; +\infty[$

EXERCICE 4

Variation des fonctions carrées et homographiques **(2 points)**

Dresser le tableau de variation des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition.

1) $f(x) = -2(x+1)^2 + 7$

2) $g(x) = 4 + \dfrac{5}{x+3}$

EXERCICE 5

Variation des fonctions associées **(4 points)**

Décomposer les fonctions f suivantes à l'aide de fonctions usuelles puis déduire les variation de f sur chacun des intervalles demandés.

1) $f(x) = \sqrt{x-3}$ sur $\mathrm{I} = [3\,;+\infty[$

2) $f(x) = \dfrac{3}{x^2+4}$ sur $\mathrm{I} =]-\infty\,;\,0]$ et $\mathrm{J} = [0\,;+\infty[$

3) $f(x) = \dfrac{-3}{\sqrt{2-x}}$ sur $\mathrm{I} =]-\infty\,;\,2[$

Nom :

Prénom :

Annexe