Devoir de mathématiques

À rendre pour le mardi 18 avril 2017

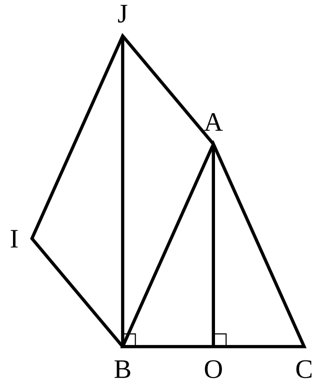
EXERCICE 1

Figure **(3 points)**

Dans la figure ci-dessous : ABC est un triangle isocèle en A, AJIB est un parallélogramme. On donne $\widehat{COA} = \widehat{OBJ} = \dfrac{\pi}{2}$ et $BC = 4$.

À l'aide du théorème de la projection et **en vous justifiant** déterminer les produits scalaires suivants :

1) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$
2) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{JC}$
3) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AJ}$
4) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{IA}$
5) $\overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{BI}$
6) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CI}$

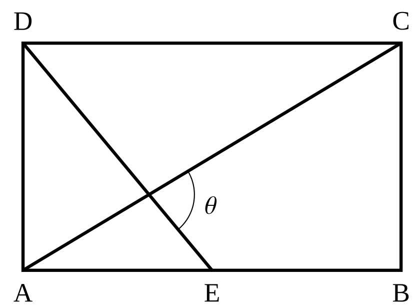


EXERCICE 2

Angle **(3 points)**

ABCD est un rectangle tel que $AD = 3$ et $AB = 5$. Le point E est le milieu de [AB].

1) Calculer les longueurs AC et DE.
2) On prend comme repère orthonormé le repère $\left(A\,;\ \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}\ ;\ \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\right)$, donner les coordonnées de C, D et E puis calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DE}$.
3) En déduire la valeur de l'angle θ en degré à 0,01 près.



EXERCICE 3

Orthocentre **(3 points)**

Soit un triangle ABC.

1) Démontrer que pour tout point M du plan, on a la relation :

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

2) En déduire que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point H appelé orthocentre.

EXERCICE 4

Droite et cercle **(5 points)**

On donne le cercle $\mathscr{C}$ d'équation : $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 36 = 0$.
Soit les droite d_1 et d_2 d'équations respective $x + 2y - 9 = 0$ et $2x - y + 2 = 0$.

1) a) Déterminer le centre Ω et le rayon r du cercle $\mathscr{C}$.

   b) Montrer que le point A(3 ; 3) appartient au cercle $\mathscr{C}$.

   c) Tracer sur l'annexe, à rendre avec la copie, le cercle $\mathscr{C}$ et les droites d_1 et d_2 en indiquant les points utilisés.

2) a) Montrer que la droite d_1 est tangente au cercle $\mathscr{C}$ en A.

   b) Montrer que la droite d_2 est tangente au cercle $\mathscr{C}$ en un point que l'on déterminera algébriquement.

EXERCICE 5

Relation d'Al-Kashi **(3 points)**

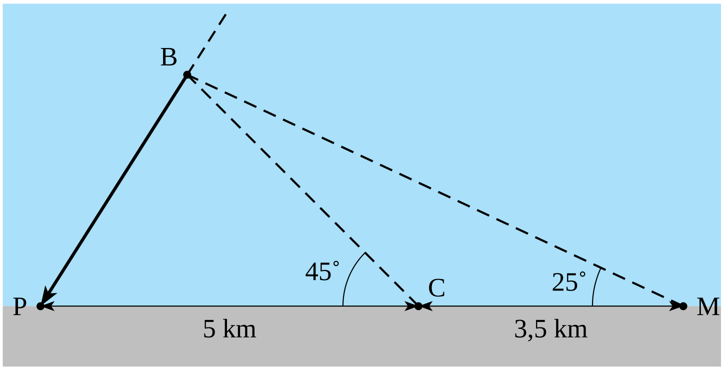
Soit la triangle ABC. On pose BC $= a$, AC $= b$ et AB $= c$.
On donne : $a = 7$ cm, $b = 3,7$ cm et $c = 5,3$ cm

1) Faire une figure.
2) Calculer la valeur de : $\cos \widehat{\text{BAC}}$ puis donner une valeur de $\widehat{\text{BAC}}$ à 0,1° près.
3) Calculer la valeur de : $\cos \widehat{\text{ABC}}$ puis donner une valeur à 0,1° près de $\widehat{\text{ABC}}$.

EXERCICE 6

Position par double visées **(3 points)**

Un bateau B rejoint le port P en ligne droite ; sur le bord de la rive, Marc et Cléa regarde la bateau entré au port.



1) a) Déterminer les mesures des angles dans le triangle BCM.

   b) Soit la formule des sinus dans le triangle MBC : $\dfrac{\sin \widehat{\text{BCM}}}{\text{BM}} = \dfrac{\sin \widehat{\text{CMB}}}{\text{BC}} = \dfrac{\sin \widehat{\text{MBC}}}{\text{MC}}$
   En déduire la longueur BC arrondie au dixième de km près.

2) Calculer alors la distance séparant le bateau du port BP

Nom :

Prénom :

Annexe de l'exercice 4

(À rendre avec la copie)