Contrôle de mathématiques

Lundi 16 octobre 2017

EXERCICE 1

Forme canonique et représentation **(3 points)**

Soit f la fonction trinôme définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x^2 + 4x - 3$.

1) Déterminer la forme canonique de la fonction f.
2) Quelles sont les coordonnées du sommet de la parabole $\mathscr{C}_f$ représentant f.
3) En déduire le tableau de variation de la fonction f.

EXERCICE 2

Équations **(5 points)**

1) Soit la fonction trinôme définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 - x - 1$
   a) Déterminer les racines de $f(x)$.
   b) Factoriser $f(x)$
2) Résoudre les équations suivantes sur $\mathbb{R}$:
   a) $x^2 - x - 12 = 0$
   b) $3x^2 - \sqrt{6}x + 1 = 0$
   c) $\dfrac{3x^2 + 10x + 8}{x + 2} = 2x + 5$
   d) $3x^4 - 4x^2 - 15 = 0$ on pourra poser $X = x^2$

EXERCICE 3

Inéquation **(5 points)**

1) $-x^2 + 4x + 5 > 0$
2) $(2x + 3)(2x^2 - 5x - 3) > 0$
3) $\dfrac{2}{x - 1} + \dfrac{3}{x} \leqslant \dfrac{3x^2 - 5x}{x(x - 1)}$

EXERCICE 4

Équation paramétrique **(4 points)**

Soit l'équation (E_m) : $(m + 4)x^2 + (2m + 5)x + m - 1 = 0$, avec $m \in \mathbb{R}$

1) Si $m = -4$ que peut-on dire de l'équation ? Résoudre alors cette équation (E_{-4})
2) Déterminer la valeur de m pour que 1 soit solution de (E_m).
   Déterminer alors l'autre solution.
3) À quelle condition sur m l'équation (E_m) n'a pas de solution ?

Exercice 5

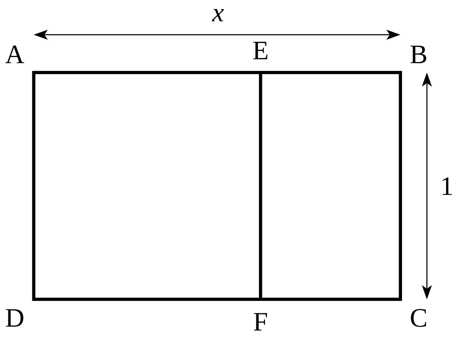
Nombre d'or **(2 points)**

Le nombre d'or ϕ est définie comme le rapport de la longueur sur la largeur d'un rectangle tel que si l'on divise ce rectangle en un carré et un autre rectangle, ce nouveau rectangle a les même proportion que le premier.

On donne : AB = x, AD = 1.

AEFD est un carré.

On veut que le rectangle ABCD ait les même proportion que EBCF c'est à dire que $\dfrac{\text{AB}}{\text{AD}} = \dfrac{\text{EF}}{\text{EB}}$.

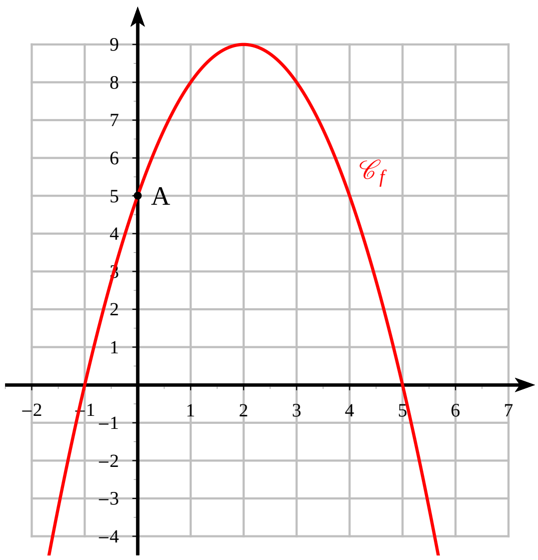


Déterminer la valeur exacte de x.

Exercice 6

Représentation de la fonction trinôme **(3 points)**

On donne ci-dessous la représentation de la fonction f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$



1) Pourquoi la fonction f est de la forme : $f(x) = a(x+1)(x-5)$?
2) Déterminer alors les coefficients a, b et c sachant que la courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point A(0 ;5).
3) Démontrer (par le calcul) que le point S(2 ;9) est bien le sommet de $\mathscr{C}_f$.