Contrôle de mathématiques

Mercredi 17 octobre 2018

EXERCICE 1

Forme canonique et factorisation **(3 points)**

1) Soit f la fonction trinôme définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 + 8x - 2$.
   Déterminer la forme canonique de la fonction f.
2) Soit la fonction trinôme définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 3x^2 + 4x - 4$
   a) Déterminer les racines de $g(x)$.
   b) Factoriser $g(x)$

EXERCICE 2

Équations **(4 points)**

Résoudre les équations suivantes sur $\mathbb{R}$:

1) $3x^2 - 7x - 6 = 0$
2) $\dfrac{-3}{(x-1)^2} + \dfrac{5}{x-1} - \dfrac{1}{2} = 0$
3) $x^4 - 12x^2 + 27 = 0$ on pourra poser $X = x^2$

EXERCICE 3

Résolution particulière **(2 points)**

1) L'équation : $x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$ admet une racine évidente. Laquelle ?
   Déterminer alors l'autre racine.
2) Sans aucun calcul, ni calculatrice, Virginie affirme que l'équation $15x^2+11x-2018 = 0$ admet deux racines distinctes de signes contraires. Quelle est sa démarche ?

EXERCICE 4

Inéquation **(4 points)**

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $-x^2 + 3x + 4 < 0$
2) Soit h la fonction trinôme définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = 3x^2 + 6x - 7$. Résoudre dans $\mathbb{R}$:
   a) $h(x) < 17$
   b) $h(x) > -20$
3) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\dfrac{1-4x}{x^2+x-6} \leqslant 0$

EXERCICE 5

Équation paramétrique **(5 points)**

Soit l'équation (E_m) : $-mx^2 + (-3 - 3m)x + 3m + 3 = 0$, avec $m \in \mathbb{R}$

1) Si $m = 0$ que peut-on dire de l'équation ? Résoudre alors cette équation (E_0)

2) Soit $m \neq 0$.

   a) Montrer que le discriminant Δ peut se mettre sous la forme : $\Delta = 3(7m^2+10m+3)$

   b) Pour quelles valeurs de m l'équation (E_m) n'admet pas de solution ?

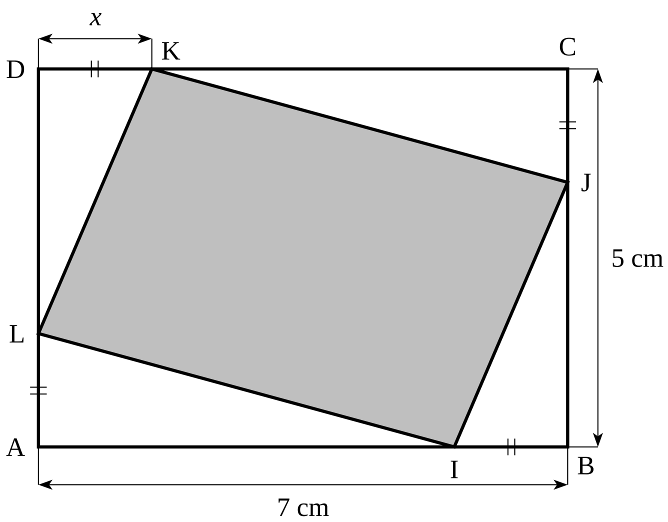
   c) Pour quelles valeurs de m l'équation (E_m) admet deux solutions distinctes ?
   Quel est alors le produit et la somme des racines en fonction de m.

   d) *Plus difficile, à faire à la fin du devoir.*
   L'équation E_m) peut-elle avoir deux racines positives ? Si oui pour quelles valeurs de m ?

EXERCICE 6

Prendre toutes les initiatives **(3 points)**

On considère la figure suivante :



Déterminer la ou les valeur(s) de x pour que le parallélogramme grisé IJKL ait une aire de 25 cm^2 ?

⚠ Toutes tentatives de recherche sera pris en compte dans la notation.
On rappelle les formules des aires des rectangles et triangles

$$\mathscr{A}(\text{rectangle}) = \text{longueur} \times \text{largeur} \quad \text{et} \quad \mathscr{A}(\text{triangle}) = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$