

# Contrôle de mathématiques

Lundi 26 novembre 2018

## EXERCICE 1

### Ensemble de définition

(4 points)

Déterminer en vous justifiant, les ensembles de définition des fonctions suivantes :

$$1) f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x - 3}$$

$$3) f(x) = \sqrt{(2-x)(x+3)}$$

$$2) f(x) = \sqrt{3x+1}$$

$$4) f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{3-2x}$$

## EXERCICE 2

### Résolution graphique

(6 points)

Soit la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^3 - 4,5x - 1$

- 1) Visualiser la fonction  $f$  sur votre calculatrice. On prendra comme fenêtre :  $X \in [-5 ; 5]$  et  $Y \in [-6 ; 6]$  avec comme graduation 1 sur les deux axes. Sur l'annexe ci-jointe, tracer l'allure de la courbe  $\mathcal{C}_f$ .
- 2) À l'aide de la représentation graphique sur votre calculatrice, répondre aux questions suivantes :
  - a) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ . On donnera les valeurs des extremum à  $10^{-2}$  près.
  - b) Déterminer les solutions, à  $10^{-2}$  près, de l'équation  $f(x) = 0$ . On expliquera la méthode utilisée.
  - c) Résoudre l'inéquation  $f(x) \geq -1$ . On expliquera la méthode utilisée puis on donnera la solution à  $10^{-2}$  près.
  - d) Déterminer les valeurs du paramètre  $m$  pour lesquelles l'équation  $f(x) = m$  admet une solution et que cette solution soit positive. On expliquera la démarche utilisée et on donnera le résultat à  $10^{-2}$  près.
- 3) a) Vérifier que  $f(-2) = 0$  puis déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que :  $f(x) = (x+2)(ax^2 + bx + c)$   
 b) Déterminer alors les valeurs exactes de l'équation  $f(x) = 0$

## EXERCICE 3

### Valeur absolue

(4 points)

- 1) Résoudre algébriquement les équations et inéquations suivantes :

$$a) 2 - 3|2x + 1| = -7$$

$$b) |4x - 1| = |3 - x|$$

c)  $|2x - 3| < 5$

d)  $|4 - x| \geq 3$

2) Écrire l'intervalle I et l'union d'intervalles J à l'aide de valeurs absolues :

$I = [1; 7]$

$J = ] - \infty ; -2[ \cup ]6 ; +\infty[$

### EXERCICE 4

---

#### Variation des fonctions carrées et homographiques

(2 points)

Dresser le tableau de variation des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition.

1)  $f(x) = 3(x + 1)^2 + 4$

2)  $g(x) = 1 - \frac{3}{x - 5}$

### EXERCICE 5

---

#### Variation des fonctions associées

(4 points)

1) Décomposer les fonctions  $f$  suivantes à l'aide de fonctions usuelles puis déduire les variations de  $f$  sur chacun des intervalles demandés.

a)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x - 4}}$  sur  $I = ]4 ; +\infty[$

b)  $f(x) = \frac{1}{1 - 4x^2}$  sur  $I = \left] \frac{1}{2} ; +\infty \right[$

c)  $f(x) = x^3 + 2x - 1$  sur  $I = \mathbb{R}$

On admet que la fonction cube  $x \mapsto x^3$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ .

2) On donne le tableau de variation de la fonction  $f$

$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$5$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$

Donner le tableau de variation de la fonction  $g = \frac{1}{f}$ .

Nom :

Prénom :

### Annexe

