Contrôle de mathématiques

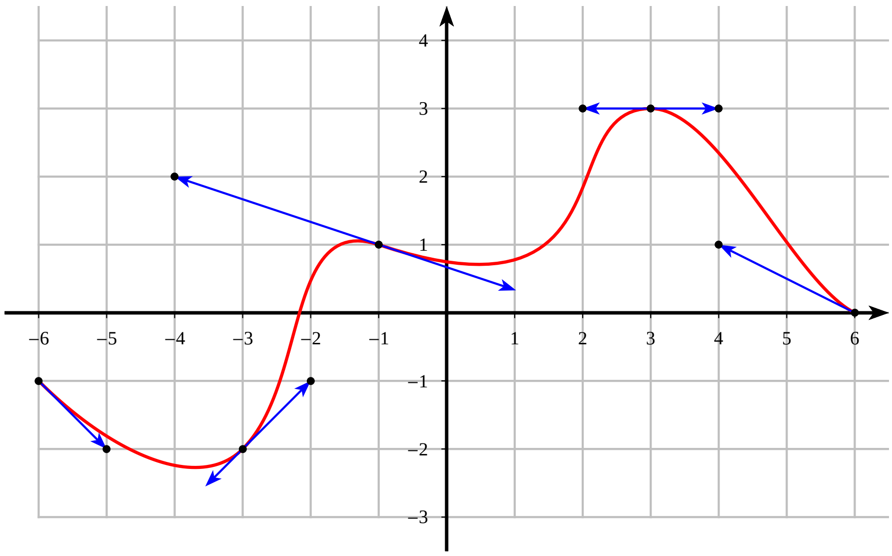
Mercredi 19 décembre 2018

+ EXERCICE 1

Nombre dérivé **(3 points)**

1) À l'aide de la représentation graphique ci-dessous d'une fonction f, recopier et compléter le tableau ci-contre :

x	-6	-3	-1	3	6
$f(x)$					
$f'(x)$					



2) Sans utiliser la calculatrice, donner une approximation affine du nombre $\sqrt{9,12}$
On donnera la formule utilisée.

EXERCICE 2

Calcul de dérivées **(9 points)**

Pour les fonctions suivantes :
- déterminer l'ensemble sur lequel la fonction est dérivable
- déterminer la fonction dérivée
- réduire au même dénominateur si nécessaire et factoriser lorsque cela est possible.

1) $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 3x + 2$

2) $f(x) = -\dfrac{2}{x^3}$

3) $f(x) = \sqrt{4x+1}$

4) $f(x) = \dfrac{4}{1+3x}$

5) $f(x) = \dfrac{x}{x^2+9}$

6) $f(x) = x\sqrt{2x-3}$

7) $f(x) = x - \dfrac{4x+1}{7x+2}$

8) $f(x) = (3x+5)^4$

EXERCICE 3

Étude d'une fonction **(5 points)**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{8x+4}{x^2+2}$.
On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1) Pourquoi la fonction f est-elle définie sur $\mathbb{R}$
2) Calculer la dérivée de f et montrer que $f'(x) = \dfrac{8(-x^2-x+2)}{(x^2+2)^2}$
3) Résoudre $f'(x) = 0$ puis dresser le tableau de variation de la fonction f.
4) Vers quelle valeur tend $f(x)$ si x tend vers $+\infty$? On se justifiera.
5) Déterminer la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.
6) Encadrer la fonction f sur $\mathbb{R}$.
7) Tracer soigneusement la courbe C_f ainsi que la tangente (T).
   On indiquera sur le graphique les tangentes horizontales de la courbe $\mathscr{C}_f$

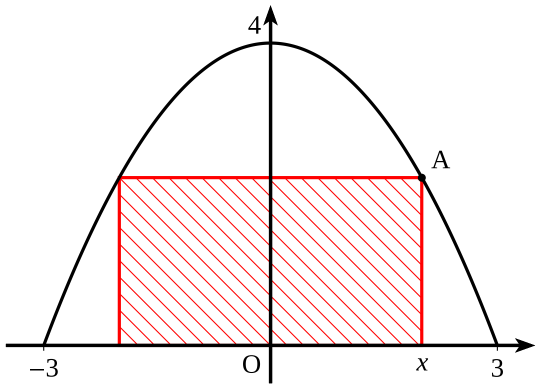
EXERCICE 4

Aire maximale **(3 points)**

Soit le morceau de parabole représentée par la fonction f définie sur $[-3\ ;\ 3]$ par :

$$f(x) = -\frac{4}{9}(x^2-9)$$

On repère sur cette parabole le point A d'abscisse positive x. À partir du point A, on forme le rectangle hachuré comme indiqué sur le figure. Le but est de déterminer l'abscisse x pour que l'aire du rectangle soit maximale.



1) Sur quel intervalle I varie l'abscisse de A ?
2) Déterminer l'aire $S(x)$ du rectangle en fonction de x.
3) Déterminer la dérivée S' de la fonction S.
4) Après avoir étudié les variations de S sur l'intervalle I, déterminer l'abscisse x qui rend l'aire du rectangle maximale. Que vaut alors cette aire ?

Nom :

Prénom :

Annexe de l'exercice 3

À rendre avec la copie