Contrôle de mathématiques

Lundi 01 avril 2019

EXERCICE 1

Équations de droites **(4 points)**

Soit l'équation cartésienne de la famille de droites (D_m) : $(1-m)x + 2my - 4m - 2 = 0$.

1) a) Déterminer un vecteur directeur $\vec{u}$ de (D_m) en fonction de m.

   b) En déduire m pour que le vecteur $\vec{v}(3\,;\,2)$ soit un vecteur directeur de (D_m)

2) a) Déterminer la valeur de m pour que la droite (D_m) passe par le point A$(4\,;\,1)$. Donner alors l'équation de la droite (D_m).

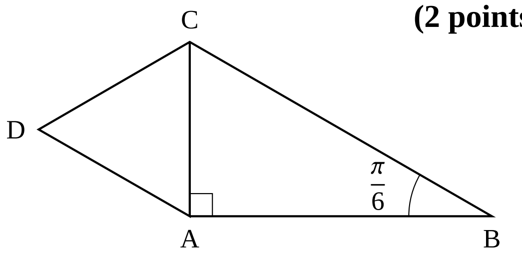
   b) Même question pour le point B$(2\,;\,3)$. Que peut-on en déduire ?

EXERCICE 2

Angles orientés **(2 points)**

On donne la figure suivante où l'on a inscrit l'angle $\widehat{ABC}$ et où ACD est un triangle équilatéral.

Donner la mesure principale, en vous justifiant, des angles orientés suivants :



1) $(\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC})$ 2) $(\overrightarrow{AD}\,;\,\overrightarrow{AB})$ 3) $(\overrightarrow{DC}\,;\,\overrightarrow{AC})$ 4) $(\overrightarrow{DC}\,;\,\overrightarrow{AB})$ 5) $(\overrightarrow{CA}\,;\,\overrightarrow{CB})$

EXERCICE 3

Conversions et mesure principale **(3 points)**

1) Convertir en radians les mesures d'angles exprimées en degrés (résultats exacts et simplifiés) :
$$\alpha = 12^\circ \quad \text{et} \quad \beta = 195^\circ$$

2) Convertir en degré les mesures d'angles exprimées en radian :
$$\gamma = \frac{7\pi}{12} \quad \text{et} \quad \delta = \frac{13\pi}{9}$$

3) Déterminer la mesure principale des angles suivants dont la mesure en radian est :

   a) $-\dfrac{5\pi}{3}$ b) -5π c) $-\dfrac{17\pi}{6}$ d) $\dfrac{29\pi}{8}$

EXERCICE 4

Lignes trigonométriques **(6 points)**

1) Déterminer $\cos x$ sachant que : $\sin x = \dfrac{1}{4}$ et $x \in \left[\dfrac{\pi}{2}\,;\,\pi\right]$

2) Déterminer $\sin x$ sachant que : $\cos x = -\dfrac{3}{5}$ et $x \in \left[\dfrac{\pi}{6} ; \dfrac{5\pi}{6}\right]$

3) Calculer : $\cos 0 + \cos\dfrac{\pi}{4} + \cos\dfrac{\pi}{2} + \cos\dfrac{3\pi}{4} + \cos\pi$

4) Déterminer la mesure principale de x pour que : $\begin{cases} \cos x = -\dfrac{1}{2} \\ \sin x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2\cos x + \sqrt{3} = 0$.

6) Soit l'équation (E) : $4\sin^2 x - 2(1+\sqrt{3})\sin x + \sqrt{3} = 0$

   a) Montrer que $X_1 = \dfrac{1}{2}$ est solution de : $4X^2 - 2(1+\sqrt{3})X + \sqrt{3} = 0$.
   En déduire la seconde solution X_2.

   b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l'équation (E).

Exercice 5

Produit scalaire **(5 points)**

1) On donne les points suivants : A$(1 ; -2)$, B$(2 ; m)$ et C$(4 ; 2-m)$.
   m étant un paramètre.

   a) Déterminer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ en fonction de m.

   b) Déterminer les valeurs de m pour que le triangle ABC soit rectangle en A.

2) On donne les points : E$(1 ; 3)$, F$(-2 ; -1)$ et G$(3, 1)$.

   a) Faire une figure.

   b) Déterminer $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EG}$.

   c) En déduire $\cos\left(\widehat{FEG}\right)$ puis une valeur approchée au degré près de $\widehat{FEG}$.

   d) En procédant de manière similaire, déterminer la valeur exacte puis la valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{EGF}$.