# Le second degré

## Exercices

## Exercice I :

**Résolution du decond degré**

1) Dans chaque cas, écrire le trinôme sous sa forme canonique.

a) $x^2 + 6x - 8$
b) $x^2 - 5x + 3$
c) $2x^2 + 6x + 4$
d) $-x^2 + x + 3$
e) $3x^2 + 12x + 12$
f) $-x^2 + 7x - 10$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x^2 - x - 6 = 0$
b) $x^2 + 2x - 3 = 0$
c) $x^2 - x + 2 = 0$
d) $-x^2 + 2x - 1 = 0$
e) $y^2 + 5y - 6 = 0$
f) $1 - t - 2t^2 = 0$
g) $x^2 + x - 1 = 0$
h) $2x^2 + 12x + 18 = 0$
i) $-3x^2 + 7x + 1 = 0$
j) $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $3x^2 - 4\sqrt{7}x - 12 = 0$
b) $\sqrt{2}t^2 - 3t + \sqrt{2} = 0$
c) $x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 1 + \sqrt{3} = 0$
d) $2x - x^2 - 2 = 0$
e) $x^3 - 8x^2 + 12x = 0$
f) $(2x - 1)^2 + 3 = 0$

4) Pour quelle valeur de $m$ l'équation :

$$x^2 - 4x + m - 1 = 0$$

admet-elle un racine double ? Calculer cette racine ? Est-ce surprenant !

5) A l'aide votre calculatrice, tracer la courbe d'équation $y = x^2$ et la droite $y = x + 2$. Résoudre graphiquement l'équation :

$$x^2 - x - 2 = 0$$

## Exercice II :

**Factorisation, somme et produit des racines**

1) Ecrire les trinôme suivants sous la forme d'un produit de facteurs.

a) $f(x) = x^2 - 7x + 10$
b) $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$
c) $f(x) = -3x^2 + 4x + 4$
d) $f(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{1}{2}x + 1$

2) Vérifier que $-1$ est solution de l'équation :

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

a) Quelle est la somme des racines ?
b) Quel est le produit ?
c) En déduire l'autre solution.

3) Vérifier que 2 est solution de l'équation :

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

a) Quelle est la somme des racines ?
b) Quel est le produit ?
c) En déduire l'autre solution.

4) Trouver une racine évidente des équations suivantes et en déduire l'autrr solution sans calculer le discriminant.

a) $x^2 - 7x + 6 = 0$
b) $-3x^2 + 2x + 5 = 0$
c) $x^2 + 3x - 10 = 0$
d) $x^2 - x\sqrt{2} - 4 = 0$
e) $x^2 + x - 6 = 0$
f) $x^2 + 5x + 4 = 0$
g) $2x^2 + x\sqrt{5} - 15 = 0$
h) $x^2 - 8x + 15 = 0$

5) $m$ est un réel donné, $m \neq 1$. On considère l'équation du second degré :

$$(m-1)x^2 - 2x + 1 - m = 0$$

Démontrer que pour tout $m$, $m \neq 1$, l'équation a deux solutions distincte $x_1$ et $x_2$ de signes contraires.

## Exercice III :

**Signe du trinôme**

1) Résoudre les inéquations suivantes :

a) $x^2 - 3x + 2 > 0$
b) $x^2 + 4 \geqslant 0$
c) $m^2 + m - 20 \leqslant 0$
d) $x^2 - x + 1 < 0$
e) $3x^2 + 18x + 27 > 0$
f) $-x^2 - 9 \geqslant 0$
g) $x(x-2) < 0$
h) $x^2 + 7x + 12 \geqslant 0$
i) $2x^2 + x - 4 < 0$
j) $2x^2 - 24x + 72 < 0$
k) $x^2 + 4x - 12 < 0$
l) $x^2 - 5x + 7 > 0$

2) $m$ est un réel donné et $f$ la fonction trinôme définie par : $f(x) = x^2 - (m+1)x + 4$.

a) Pour quelle(s) valeur(s) de $m$ l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle une seule solution ? Calculer alors cette racine.
b) Pour quelle(s) valeur(s) de $m$, l'équation $f(x) = 0$ n'a-t-elle aucune solution ?

3) $m$ est un réel donné et $f$ la fonction trinôme définie par : $f(x) = mx^2 + 4x + 2(m-1)$.
   a) Pour quelle(s) valeur(s) de $m$ l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle une seule solution ? Calculer alors cette racine.
   b) Quel est l'ensemble de réels $m$ pour lesquels l'équation $f(x) = 0$ a deux racines distinctes ?
   c) Quel est l'ensemble des réels $m$ pour lesquels $f(x) < 0$ pour tout réel $x$ ?

## Exercice IV :

**Équations et inéquations se ramenant au second degré**

1) Résoudre les équations suivantes :

a) $\dfrac{x^2+2x+1}{x+1} = 2x-1$

b) $\dfrac{3x}{x+2} - \dfrac{x+1}{x-2} = -\dfrac{11}{5}$

c) $\dfrac{1}{x+2} - \dfrac{2}{2x-5} = \dfrac{9}{4}$

d) $\dfrac{3x^2+10x+8}{x+2} = 2x+5$

2) Résoudre les inéquations suivantes

a) $\dfrac{2x^2+5x+3}{x^2+x-2} > 0$

b) $(2x-1)^2 > (x+1)^2$

c) $(x+3)(x-1) < 2x+6$

d) $\dfrac{x+3}{1-x} \geqslant -5$

3) Résoudre les équations bicarrées suivantes :

a) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

b) $2x^4 - x^2 + 1 = 0$

c) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

d) $4x^2 - 35 - \dfrac{9}{x^2} = 0$

e) $-2x^4 + 12x^2 - 16 = 0$

f) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$

4) Avec un changement de variable approprié, résoudre les équations suivantes :

a) $(x^2-x)^2 = 14(x^2-x) - 24$

b) $x - 3\sqrt{x} - 4 = 0$

5) Résoudre les équations irrationnelles suivantes :

a) $\sqrt{x-4} = x+1$

b) $\sqrt{4-x} = x-2$

c) $\sqrt{x^2-12} = 2x-6$

d) $\sqrt{2x-6} = x-3$

e) $\sqrt{x+12} = \sqrt{x^2+2x-8}$

f) $\sqrt{3x+3} = \sqrt{x^2+x-8}$

6) Résoudre les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x+y = 18 \\ xy = 65 \end{cases}$

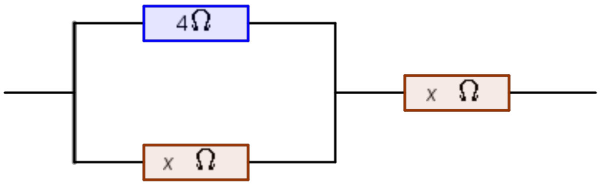
b) $\begin{cases} x+y = -1 \\ xy = -42 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+y = 4 \\ xy = 5 \end{cases}$

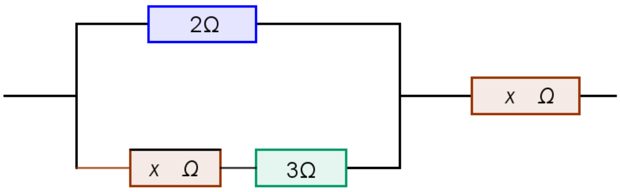
## Exercice V :

**Mise en équation**

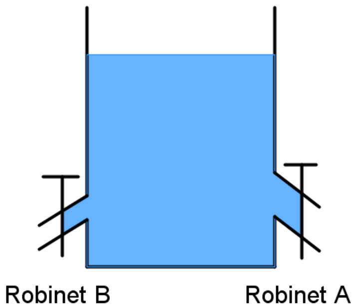
1) $n$ joueurs participent à un jeu. La règle prévoit que le joueur gagnant reçoit $n$ euros de la part de chacun des autres joueurs. Au cours d'une partie, le gagnant a reçu 20 euros. Combien y a-t-il de joueurs ?
2) Trouver deux entiers consécutifs dont le produit est égal à 4 970.
3) Dans un circuit électrique, des résistances ont été montées comme l'indique la figure ci-dessous. Déterminer la valeur de la résistance $x$ pour que la résistance équivalente de l'ensemble soit de 6 $\Omega$.




4) Dans un circuit électrique, des résistances ont été montées comme l'indique la figure ci-dessous. Déterminer la valeur de la résistance $x$ pour que la résistance équivalente de l'ensemble soit de $4,5\ \Omega$.



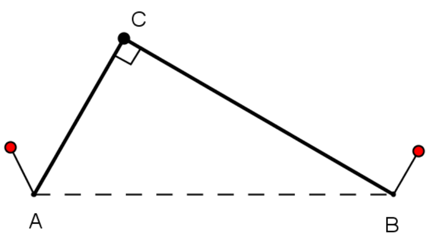

5) **Un problème de robinet**




Un robinet B met 40 min de plus qu'un robinet A pour vider un réservoir. Lorsqu'on ouvre simultanément les deux robinets le réservoir est vidé en 48 min.

Quel temps faut-il à chacun pour vider le réservoir ?

6) **Une histoire de ficelle**



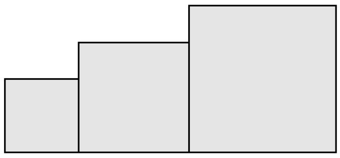

Une ficelle longue de 89 cm est fixée à ses extrémités par deux clous A et B distants de 65 cm.

a) Est-il possible de tendre la ficelle de manière à ce que le triangle ABC soit rectangle en C ?
b) Quelle doit être la longueur maximale de la ficelle pour que le problème soit possible ?

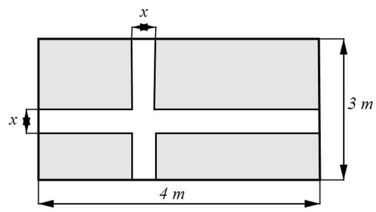
# Exercice VI :

**Problèmes**

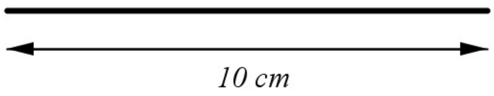
1) Peut-on trouver trois carrés ayant pour côtés des entiers consécutifs et dont la somme des aires est 15 125 ? Si oui préciser quelles sont les valeurs que doivzent avoir les côtés. Même question avec 15 127.

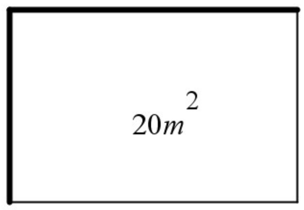


2) Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restant du drapeau ?




3) a) On dispose d'une baguette de bois de 10 cm de long. Où briser la baguette pour que les morceaux obtenus soient les deux côté consécutifs d'un rectangle de surface 20 cm$^2$ ?




   b) Même question : où briser la baguette pour avoir un rectangle de 40 cm$^2$ ?

4) Pour se rendre d'une ville $A$ à une ville $B$ distante de 195 km, deux cyclistes partent en même temps. L'un d'eux, dont la vitesse moyenne sur le parcours est supérieure de 4 km/h à celle de l'autre arrive 1 heure plus tôt. Quelles sont les vitesses moyennes des deux cyclistes ?

5) L'aire d'un triangle rectangle est de 429 m$^2$, et l'hypoténuse a pour longueur $h = 72,5$ m. Trouver le périmètre.

6) On achète pour 80 € d'essence à une station servive. On s'aperçoit qu'une autre station le prix du litre est inférieur de 0,10 €. On aurait pu ainsi obtenir 5 litres de plus pour le même prix. Quel est le prix de l'essence à la première station et combien de litres en avait-on pris ?