Suites arithmétiques et géométriques

1 Suite arithmétique

1.1 Définition

Une suite arithmétique (u_n) est définie par :

- un premier terme u_0 ou u_p
- une relation de récurrence : $u_{n+1} = u_n + r$ $\quad r$ étant la raison de la suite

1.2 Comment la reconnaît-on ?

Une suite est arithmétique si la différence entre deux termes consécutifs est constante. Cette constante est alors la raison.

$$\forall n \geqslant p \qquad u_{n+1} - u_n = \text{constante}$$

1.3 Expression du terme général u_n en fonction de n et du premier terme

- Si le premier terme est u_0, alors : $u_n = u_0 + nr$
- Si le premier terme est u_p, alors : $u_n = u_p + (n-p)r$

1.4 Somme des premiers termes

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n \quad \text{alors} \qquad S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n \quad \text{alors} \qquad S_n = (n+1)\left(\frac{u_0 + u_n}{2}\right)$$

$$S_n = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \cdots + u_n \quad \text{alors} \qquad S_n = (n-p+1)\left(\frac{u_p + u_n}{2}\right)$$

$$S_n = \text{Nbre de termes} \times \frac{\Sigma \text{ termes extrèmes}}{2}$$

2 Suite géométrique

2.1 Définition

Une suite géométrique (u_n) est définie par :

- un premier terme u_0 ou u_p
- une relation de récurrence : $u_{n+1} = q \times u_n$ $\quad q$ étant la raison de la suite

2.2 Comment la reconnaît-on ?

Une suite est géométrique si le quotient entre deux termes consécutifs est constant. Cette constante est alors la raison.

$$\forall n \geqslant p \qquad \frac{u_{n+1}}{u_n} = \text{constante}$$

2.3 Expression du terme général u_n en fonction de n et du premier terme

- Si le premier terme est u_0, alors : $u_n = q^n \times u_0$
- Si le premier terme est u_p, alors : $u_n = q^{n-p} \times u_p$

2.4 Somme des premiers termes

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n \quad \text{alors} \qquad S_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

$$S_n = u_p + u_{p+1} + u_{p+2} + \cdots + u_n \quad \text{alors} \qquad S_n = u_p \times \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}$$

$$S_n = 1^{\text{er}} \text{ terme} \times \frac{1 - q^{\text{nbre termes}}}{1 - q}$$