

Devoir n°1 (DM) (2011-12)

I) 1) Calculer et simplifier : $A = \frac{-6}{\frac{5}{3} + \frac{2}{4}} + \frac{1}{\frac{3}{9}} \div \frac{\frac{1}{10} - 1}{\frac{4}{3} + \frac{7}{2}}$; $B = 1 + \frac{2}{2 - \frac{3}{3 + \frac{4}{5 - \frac{3}{2}}}}$

2) Mettre sous la forme $a + b\sqrt{5}$ ($a \in \mathbb{Q}$ et $b \in \mathbb{Q}$) :

$$x = \frac{15}{2\sqrt{15}} \quad ; \quad y = \frac{2 - \sqrt{5}}{1 - 2\sqrt{5}} \quad ; \quad z = \frac{1 - \sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} - \frac{3 - \sqrt{5}}{4 - \sqrt{5}}$$

II) Soit $f(x) = (5x - 3)^2 - 2(x - 1)(5x - 3)$

1) Développer, réduire et ordonner $f(x)$.

2) Factoriser $f(x)$.

3) Calculer : $f(0)$, $f\left(\frac{3}{5}\right)$, $f(-1)$, $f(\sqrt{2})$

4) Résoudre les équations : $f(x) = 0$; $f(x) = 0$; $f(x) = 3$; $f(x) = 15x^2$.

III) Factoriser : $g(x) = (3x - 1)^2 + 2(x - 1)(-6x + 2)$.

IV) Résoudre, dans \mathbb{R} , les équations :

$$(E_1) \quad (2x - 5)(x + 3) = 0 \quad ; \quad (E_2) \quad x^2 - 4 = 0 \quad ; \quad (E_3) \quad 3x^2 - 15x = 0$$

$$(E_4) \quad 9(x - 3)^2 = x^2 - 4x + 4 \quad ; \quad (E_5) \quad (3x + 1)^2 = 2(9x^2 - 1) \quad ; \quad (E_6) \quad \frac{x - 1}{x + 1} = \frac{x + 1}{x - 2}$$

V) Soit a un réel strictement positif ; soit ABC un triangle équilatéral dont chaque côté mesure a (en cm) ; I est le milieu du segment $[BC]$.

1) a) Pourquoi les droites (AI) et (BC) sont-elles perpendiculaires ?

b) Calculer la distance AI , puis l'aire du triangle ABC en fonction de a .

2) a) Résoudre l'équation dans l'ensemble $]0; +\infty[$: $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 9$.

b) Interpréter géométriquement cette équation.