Equations et inéquations du premier degré / cours et quelques exercices

Septembre 2023

I) principe de base

Théorème :

Toute équation du premier degré peut se mettre sous la forme :

$$ax = b$$

Si $a \neq 0$, alors l'équation a une unique solution $x = \frac{b}{a}$

Exemples :

$$3x - 5 = 0$$

$$3x + 8 = 7x$$

$$\frac{3}{2}x + 6 = \frac{1}{3}x + 9$$

$$\frac{x+2}{3} = \frac{15}{4}$$

Remarque : si a=0, une discussion suivant la valeur de b doit se faire.

II) Equation se ramenant à une équation du premier degré

Plusieurs cas peuvent aboutir à une résolution d'une équation du premier degré. Il faut savoir les identifier.

a) L'équation produit

Cette équation, en fait du second degré ou de degré supérieur, s'écrit généralement sous la forme :

$$(ax + b)(a'x + b') = 0$$

On s'appuie alors sur le résultat suivant :

Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

Exemples :

1. $(3x + 1)(2x - 8) = 0$
2. $x\left(\frac{2}{3}x - 1\right) = 0$
3. En factorisant au préalable :

$$(-x + 1)(x - 7) + (2x - 3)(-x + 1) = 0$$

4. Ou encore en utilisant l'une des trois identités remarquables :

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$	différence de deux carrés
$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$	carré parfait
$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$	carré parfait

$$(5x+2)^2 = (x-1)^2$$

b) L'équation rationnelle

Par équation rationnelle, on nomme les équations qui possèdent des x au dénominateur.

La méthode consiste à identifier les valeurs interdites et à la transformer pour ne plus avoir de dénominateur.

Par exemple :

$$\frac{x-3}{2x-4} = \frac{x-2}{2x-5}$$

III) Inéquations du premier degré.

Définition :

Une inéquation du 1er degré peut se mettre sous une des quatre formes suivantes :

$ax < b;$ $\quad ax > b;$ $\quad ax \leq b$ $\quad ax \geq b$

La résolution se fait de la même façon que les équations, en prenant en compte le principe suivant :

Lorsque l'on multiplie une inéquation par un nombre négatif, on inverse le sens de l'inégalité.

Quelques exemples :

$$2(x-1) - 3(x+1) > 4(3x+2)$$

$$(x-5)(x-2) < (x-5)(2x-3)$$

$$\frac{4}{x+1} \leq 3$$