

# Exercices sur les inéquations du 1<sup>er</sup> degré et les valeurs absolue

## Intervalles

Déterminer les intervalles correspondant aux relations d'ordre suivantes :

- 1  $x \geq 7$
- 2  $x < 10$
- 3  $x \leq 3$
- 4  $x > 5$
- 5  $2 \leq x \leq 8$
- 6  $-4 \leq x < 7$
- 7  $0 < x \leq 3$
- 8  $-7 < x < -2$

Déterminer les intervalles correspondants aux propriétés suivantes :

- 9  $x$  est un réel strictement positif.
- 10  $x \neq 0$  et  $-1 < x < 2$ .
- 11  $x < -3$  ou  $x \geq 2$ .
- 12 
$$\begin{cases} 2x - 3 > 5x - 1 \\ x + 4 \geq 3x - 2 \end{cases}$$
- 13 
$$\begin{cases} 2x - 3 > x + 1 \\ 3x - 1 \leq 2x + 7 \end{cases}$$

Traduire à l'aide d'une relation d'ordre ou d'un encadrement les intervalles suivants :

- 14  $x \in ] -\infty ; 4 [$
- 15  $x \in [ 10 ; +\infty [$
- 16  $x \in ] -5 ; +\infty [$
- 17  $x \in [ -2 ; 3 ]$
- 18  $x \in ] 0 ; 12 [$
- 19  $x \in ] -\infty ; 3 [ \cup [ 7 ; +\infty [$
- 20  $x \in \mathbb{R}_+^*$

## Inéquations du 1<sup>er</sup> degré

Résoudre les inéquations suivantes en donnant la solution sous la forme d'un intervalle solution :

- 21  $x - 3 < 5x + 1$
- 22  $2 - 3x \geq 0$
- 23  $5x - 7 \geq 0$
- 24  $-4x + \frac{5}{4} \leq 0$
- 25  $-2 - \frac{3}{2}x \geq 0$
- 26  $2x - \frac{1}{3} < 3x - \frac{1}{4}$
- 27  $\frac{3x + 1}{4} > \frac{5x + 1}{6}$

$$28 \quad 2x - \frac{x-1}{5} \geq \frac{1}{4} - x$$

$$29 \quad \frac{1}{3}x + \frac{1}{4} > x + \frac{1}{2}$$

$$30 \quad 2(x-1) - 3(x+1) > 4(x-2)$$

$$31 \quad \frac{11}{10}x - \frac{1}{10} \leq 2\left(x + \frac{8}{5}\right)$$

$$32 \quad \frac{1}{3}(2x+1) - \frac{1}{2}(x-2) > \frac{1}{6}(x+2)$$

$$33 \quad \frac{x-1}{4} - 5 \leq \frac{2x-3}{2} + \frac{3}{4}$$

$$34 \quad x - \frac{1}{2} - x(x+2) > 2 - x(x-3)$$

$$35 \quad \frac{1-x}{4} - \frac{3x-2}{2} \leq \frac{2x+5}{6}$$

$$36 \quad 4x+3 > 4x-1$$

$$37 \quad x-1 \leq x$$

### Inéquations produits

Résoudre les inéquations suivantes en utilisant un tableau de signes. Vous factoriserez lorsque cela sera nécessaire :

$$38 \quad (x-4)(3-x) \leq 0$$

$$39 \quad (-2x+3) > 0$$

$$40 \quad (4x-9)(1-5x) < 0$$

$$41 \quad -2x(x-1)(4-x) \leq 0$$

$$42 \quad (x+7)^2 + 2(x+1)(x+7) \leq 0$$

$$43 \quad 4x^2 - 9 \geq 0$$

$$44 \quad (3x+5)^2 \geq 1$$

### Inéquations particulières

Observer, réfléchir puis résoudre les inéquations suivantes :

$$45 \quad -5x^2 \leq 0$$

$$46 \quad (x-1)^2 < 0$$

$$47 \quad (x-4)^2 > 0$$

$$48 \quad x^3 + 2x^2 + x \geq 0$$

### Inéquations rationnelles

Résoudre les inéquations suivantes en utilisant un tableau de signes :

$$49 \quad \frac{x+1}{3-x} \geq 0$$

$$50 \quad \frac{7-2x}{2x-1} \leq 0$$

$$51 \quad \frac{x+4}{5-x} < 2$$

$$52 \quad \frac{-5}{2x+1} \geq 1$$

$$53 \quad \frac{2x+3}{x-1} \geq 4$$

### Erreurs fréquentes

Les propositions suivantes sont fausses. Donner une raison de cette erreur puis donner la proposition vraie en résolvant l'inéquation.

$$54 \quad \text{Si } x^2 \geq 9, \text{ alors } x \geq 3.$$

$$55 \quad \text{Si } \frac{1}{x} > 1, \text{ alors } 1 < x.$$

$$56 \quad \text{Si } x(1-x) < 2x, \text{ alors } 1-x < 2.$$

$$57 \quad \text{Si } \frac{2x+1}{x-3} \leq 1, \text{ alors } 2x+1 \leq x-3.$$

**Problèmes**

**58** Un particulier a des marchandises à transporter. Un premier transporteur lui demande 460 € au départ et 3,5 € par kilomètre. Un second transporteur lui demande 1 000 € au départ et 2 € par kilomètre.

Pour quelles distances à parcourir est-il plus avantageux de s'adresser au second transporteur ?

**59** Une société veut imprimer des livres. La location de la machine revient à 750 € par jour et les frais de fabrication s'élèvent à 3,75 € par livre.

Combien faut-il imprimer de livres par jour pour que le prix de revient d'un livre soit inférieur ou égal à 6 € ?

**60** Hugo a quatre contrôles par trimestre en mathématiques. Les notes sont des nombres entiers. Aux trois premiers contrôles du trimestre, il a obtenu 5, 12 et 9 sur 20.

Pour quelles notes au quatrième contrôle, Hugo aurait-il une moyenne supérieure à 10 ?

**61** Si dans un champ rectangulaire, on diminue d'un mètre sa longueur et si l'on augmente d'un mètre sa largeur, son aire augmente-t-elle ?

**62** Démontrer que la somme d'un réel strictement positif et de son inverse est toujours supérieure ou égale à 2.

Pour quel(s) réel(s) y a-t-il égalité ?