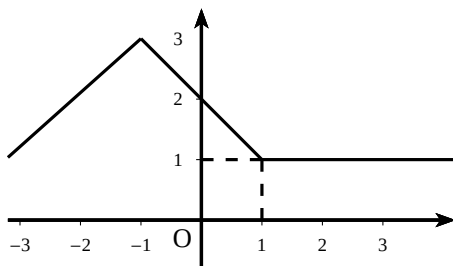


Notion de fonction. Résolution graphique Fonction affine

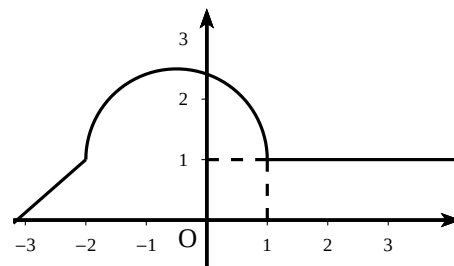
EXERCICE 1

Représentation d'une fonction

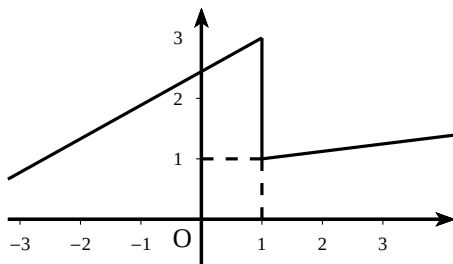
Parmi les courbes suivantes, quelles sont celles qui ne sont pas des représentations de fonction ? Expliquez pourquoi.



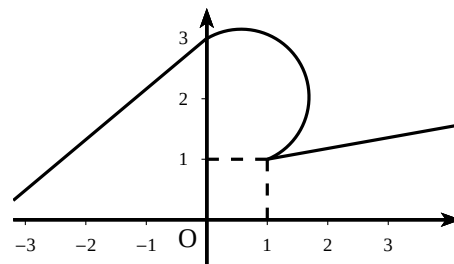
Fonction 1



Fonction 3



Fonction 2



Fonction 4

EXERCICE 2

Calcul d'image

- 1) f est la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2}$

Calculer les images par f des réels : -2 , 0 , 1 , $\sqrt{2}$.

- 2) g est la fonction définie par : $g(x) = x^2 + x - 5$

Calculer les images par g des réels 4 , 6 , -5 , 0 .

EXERCICE 3**Ensemble de définition**

Déterminer les ensemble de définition des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 2x^2 + 1$

4) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

2) $f(x) = \frac{1}{2x} + 3x$

5) $f(x) = 2\sqrt{x} + 1$

3) $f(x) = 2x + \frac{7}{2}$

6) $f(x) = x\sqrt{2} + 1$

EXERCICE 4

f est une fonction et $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique. Traduire par des égalité du type $y = f(x)$ chacune des phrases suivantes :

- 1) $\mathcal{C}_f$ passe par le point $(-2; 5)$.
- 2) $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée -1 .
- 3) $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses respectives -2 et 3 .

EXERCICE 5**Résolution graphique**

Tracer à l'aide de votre calculatrice la fonction définie sur $[-2; 2.5]$ par :

$$f(x) = x^3 - 3x - 2$$

On prendra pour la fenêtre : $X_{\min} = -3$, $X_{\max} = 3$, $X_{\text{grad}} = 1$, $Y_{\min} = -5$, $Y_{\max} = 6$, $Y_{\text{grad}} = 1$, $\text{res} = 1$

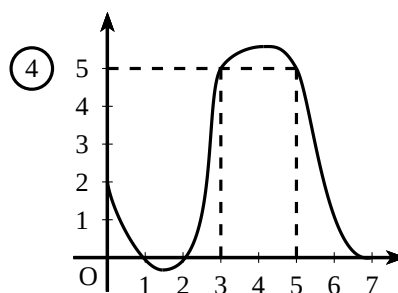
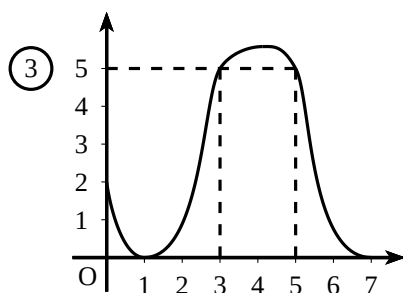
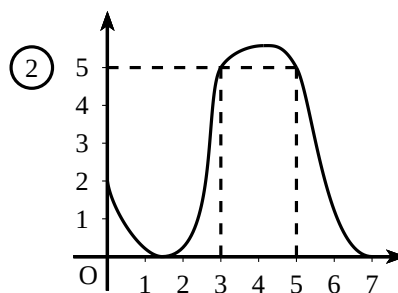
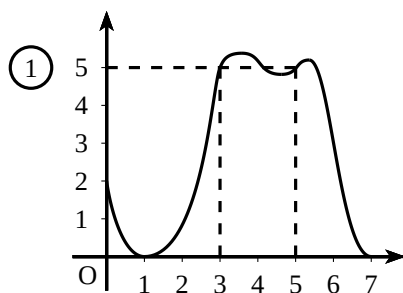
A partir de $\mathcal{C}_f$, ou de votre calculatrice :

- 1) Lire les images par f de : -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; $2,5$
- 2) Calculer à l'aide de votre calculatrice les valeurs approchées à 10^{-6} des images de la question 1)
- 3) Dresser le tableau de variation de la fonction f .
Donner votre définition d'une fonction croissante et décroissante sur un intervalle I
- 4) Résoudre les équations suivante : $f(x) = 0$ et $f(x) = -2$.
Donner le mode opératoire de la lecture des solutions de ces équations
- 5) Résoudre les inéquations suivantes : $f(x) \geq -2$ et $f(x) \leq 0$.
Donner le mode opératoire de la lecture des solutions de ces inéquations.
- 6) Remplir le tableau de signe de la fonction f sur $[2; 2,5]$
- 7) D'une façon générale, quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$; m étant un paramètre que l'on fait varier sur $\mathbb{R}$

EXERCICE 6

Parmi les courbes suivantes, retrouver la courbe représentative de la fonction f , sachant que :

- 1 a pour image 0 par f .
- 0 a pour image 2 par f .
- 5 est l'image de 3 et 5 par f .
- Si $x \in [3; 5]$, alors $f(x) \geq 5$.
- L'équation $f(x) = 0$ a deux solutions.



EXERCICE 7

Pour les exercices suivants, tracer une courbe susceptible de représenter la fonction f à partir de son tableau de variation et des renseignements donnés.

- 1) $D_f = \mathbb{R}$; $f(-4) = -3$; $f(4) = 2$ et pour tout $x > 2$, $f(x) > 0$

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f(x)$					

- 2) $D_f = \mathbb{R}$; $f(-1) = 0$; $f(-3) = 2$ et pour tout $x < -3$, $f(x) < 3$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$				

3) $D_f = \mathbb{R}$; $f(0) = 1$; $f(6) = -1$ et pour tout x , $f(x) > -2$

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$
$f(x)$			1	

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 0

EXERCICE 8

Sens de variation

Voici le tableau de variation d'une fonction f .

x	-2	0	0,5	3	$+\infty$
$f(x)$	-1		0	2	

$\searrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -2

- 1) a) Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
 b) Donner $f(0)$, $f(-2)$, $f(0,5)$.
- 2) La fonction f est-elle :
 a) croissante sur $[-2; 2]$? sur $[0; 1]$?
 b) décroissante sur $[3, 10]$? sur $[-2; 1]$?
- 3) Tracer une courbe $\mathcal{C}_f$ susceptible de représenter la fonction f .

EXERCICE 9

Logique

f est une fonction définie sur $[-4; 4]$ dont voici le tableau de variation :

x	-4	-1	4
$f(x)$		2	

$\nearrow$ $\searrow$
 -5 -2

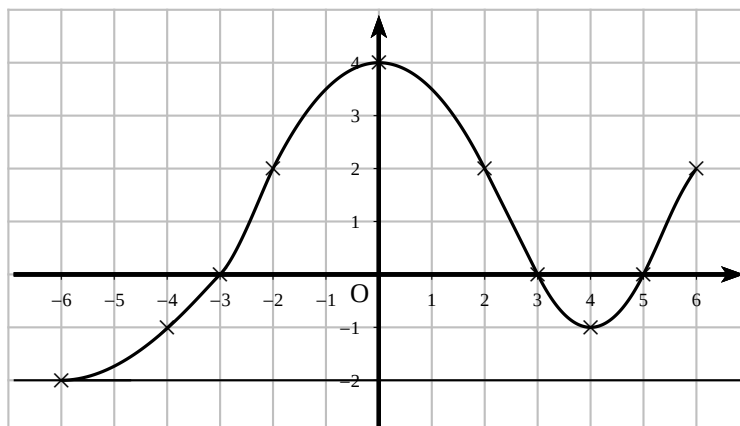
En exploitant les informations données, justifier, pour chacune des propositions, si elle est vraie ou fausse.

- 1) Il existe un nombre réel de l'intervalle $[-4, 4]$ qui a une image strictement négative par f .
- 2) Tous les nombres réels de l'intervalle $[-4, 4]$ ont une image négative par f .
- 3) Tous les nombres réels de l'intervalle $[-4, 4]$ qui a une image strictement inférieure à 3 par f .
- 4) Il existe un nombre réel de l'intervalle $[-4, 4]$ qui a une image supérieure à 3 par f .

EXERCICE 10

Lire un graphique

f est la fonction définie sur l'intervalle $[-6, 6]$ par le graphique suivant :



- 1) Quel est le minimum de f sur $[-3; 6]$?
- 2) Quel est le minimum de f sur $[-6; 6]$?
- 3) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$
- 4) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$
- 5) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq -1$
- 6) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 2$

EXERCICE 11

Lire un tableau de variation

Voici le tableau de variation d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-8; 8]$.

x	-8	-2	1	8
$f(x)$	0	4	-3	1

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse ou si l'on ne peut décider. Dans le dernier cas dire pourquoi.

- 1) La fonction f est croissante sur $[-8; 8]$.
- 2) La fonction f est décroissante sur $[-8; 1]$.
- 3) La fonction f est décroissante sur $[0; 1]$.
- 4) La fonction f est croissante sur $[-8; -1]$.
- 5) $f(-4) \leq 4$.
- 6) $f(-7) = 1$.
- 7) $f(1) = -3$.
- 8) $f(0) = 5$.
- 9) $f(-7) \leq f(-3)$.
- 10) $f(-1) \leq f(0)$.
- 11) $f(4) \leq f(7)$.
- 12) $f(-5) \leq f(0)$.
- 13) $f(-3) = f(-1)$.

EXERCICE 12

Contradictions

Pour les exercices suivants, expliquer pourquoi les renseignements donnés et le tableau de variation sont contradictoires.

1) $D_f = \mathbb{R}$; $f(-2) = 4$; $f(4) = 0$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

2) $D_f = \mathbb{R}$; $f(-2) = 0$; $f(4) = -2$; $f(5) = 1$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

EXERCICE 13

Signe d'une fonction

On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	-1	2	8	15	22	$+\infty$
$f(x)$							

1) En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

2) L'inéquation $f(x) \geq 2$ a-t-elle des solutions ?

EXERCICE 14

Copropriété

Dans un immeuble, les charges sont réparties proportionnellement aux surfaces des logements.

L'immeuble comporte trois studios de 35 m^2 chacun, deux F2 de 60 m^2 chacun, deux F3 de 75 m^2 chacun et trois F4 de 100 m^2 chacun.

Le montant annuel des charges est de 19 125 euros. Calculer le montant annuel (arrondi au centième près) des charges pour chaque type d'appartement.

EXERCICE 15

Un héritage.

Un héritage estimé à 2 100 000 euros est composé d'une maison, d'un terrain et d'une somme d'argent en dépôt dans une banque.

La valeur du terrain représente 80 % de celle de la maison.

À eux deux, la maison et le terrain représentent une fois et demi la valeur de la somme d'argent en dépôt à la banque.

Un testament stipule que cet héritage doit entièrement être réparti entre trois personnes, A, B et C, proportionnellement au nombre de parts qui leur sont respectivement attribuées 28 ; 24 et 18.

- 1) Calculer le montant de la somme d'argent, la valeur du terrain et la valeur de la maison.
- 2) Calculer l'héritage de chacun.
- 3) Proposer une solution de partage au notaire chargé de liquider l'héritage.

EXERCICE 16

Développement d'une bicyclette

Avec un plateau de 42 dents et un petit pignon de 18 dents, Janie parcourt 7 m à chaque tour de pédales. Combien parcourt-elle avec un plateau de 52 dents et un pignon de 12 dents ?

EXERCICE 17

Autre application : conversion d'unité

En France l'unité usuelle de température est le degré Celsius qui est noté °C. Dans certain pays anglo-saxon, comme les États-Unis, l'unité usuelle est le degré Fahrenheit qui est noté °F. Tous les français en visite à Los Angeles ont éprouvé un certain malaise en écoutant la météo annoncée une température de 90° pour le lendemain. Il s'agit bien évidemment de degré Fahrenheit. Réduisons ce malaise en convertissant les degrés Celsius en degré Fahrenheit à l'aide d'une fonction affine. Il faut bien évidemment deux informations pour déterminer cette fonction. Les changements d'états de l'eau – servant de base à la définition du degré Celsius – permettent la conversion :

- Quand l'eau gèle (0°C) un californien pense 32°F.
 - Quand l'eau boît (100°C) le californien pense 212°F.
1. Dédire de ces renseignements l'expression de $f(x)$ où f est la fonction qui à une température x exprimée en degré Celsius associe la température $f(x)$ exprimée en degré Fahrenheit.
 2. Représenter la fonction f pour une température comprise entre 0 et 50°C. On prendra comme unités : 1 cm = 5 °C sur les abscisses et 1 cm = 10 °F sur les ordonnées.
 3. Utiliser ce graphique pour répondre aux questions suivantes :
 - a) Lorsqu'à Los Angeles le thermomètre indique 90°F, est-ce une température caniculaire ?
 - b) Un médecin américain s'inquiète-t-il quand le thermomètre d'un malade indique 100°F ?
 - c) A quelle température dans sa chambre d'hôtel, un touriste français à Los Angeles doit-il s'attendre ?

4. Retrouver ces résultats par le calcul.
5. Peut-on trouver une température qui s'exprime par le même nombre en ° C et ° F ?

EXERCICE 18

Variation d'une fonction affine

Indiquer le sens de variation de chacune des fonction affines suivantes :

- | | | |
|-------------------------------|---------------------------------|------------------------------------|
| 1) $f(x) = 7 - x$ | 3) $f(x) = (\sqrt{2} - 1)x$ | 5) $f(x) = \sqrt{3}(x - 1)$ |
| 2) $f(x) = \frac{-2x + 3}{5}$ | 4) $f(x) = -\frac{1}{3}(2 - x)$ | 6) $f(x) = \frac{x}{1 - \sqrt{2}}$ |

EXERCICE 19

Détermination d'une fonction affine

Déterminer l'expression des fonctions affines à l'aide des renseignements proposés :

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------|
| 1) $f(-1) = 4$ et $f(1) = 4$ | 3) $f(3) = 6$ et $f(6) = -3$ |
| 2) f est linéaire et $f(2) = 6$ | 4) $f(-1) = -3$ et $f(4) = 9$ |
| | 5) $f(-2) = -6$ et $f(4) = 3$ |

EXERCICE 20

Détermination d'une fonction affine suite

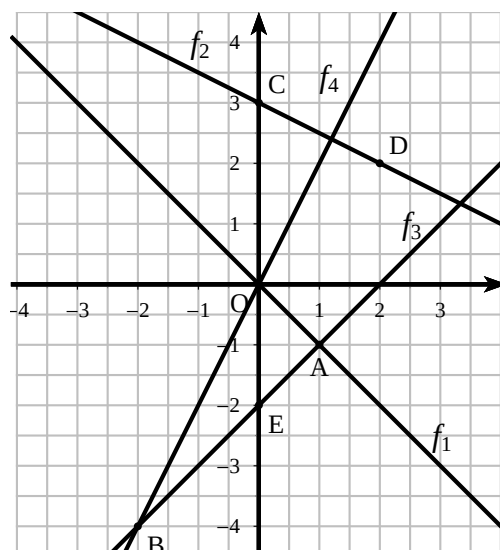
Trouver la fonction affine f dont la représentation graphique passe par les points A et B donnés.

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| 1) A(0; 4) et B(2; 0) | 3) A(7; 1) et B(3; -7) |
| 2) A(-2; 1) et B(4; -2) | 4) A(1; 3) et B(-7; 3) |

EXERCICE 21

Expression des fonctions affines représentées

Déterminer les expressions des fonctions f_1 , f_2 , f_3 et f_4 représentée ci-dessous.



EXERCICE 22

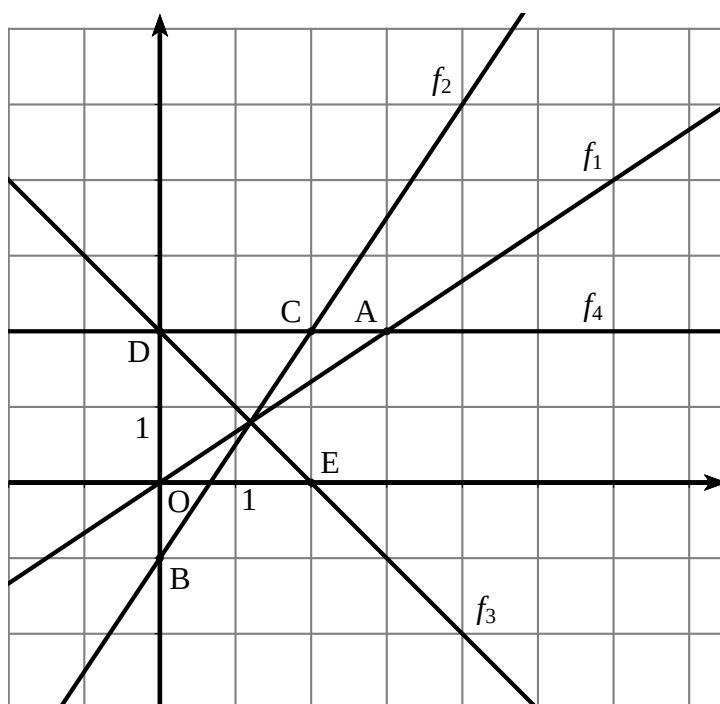
Fonction affine ou non

Préciser si la fonction f proposée peut-être affine. Justifier votre réponse.

- 1) $f(0) = 5$; $f(3) = 6$; $f(6) = 7$
- 2) $f(1, 2) = 2, 4$; $f(-2) = -4$; $f(3) = 6$
- 3) $f(8) = 13$; $f(13) = 21$; $f(21) = 34$
- 4) $f(2) = -1$; $f(-1) = 2$; $\frac{f(4) - f(1)}{3} = -1$

EXERCICE 23

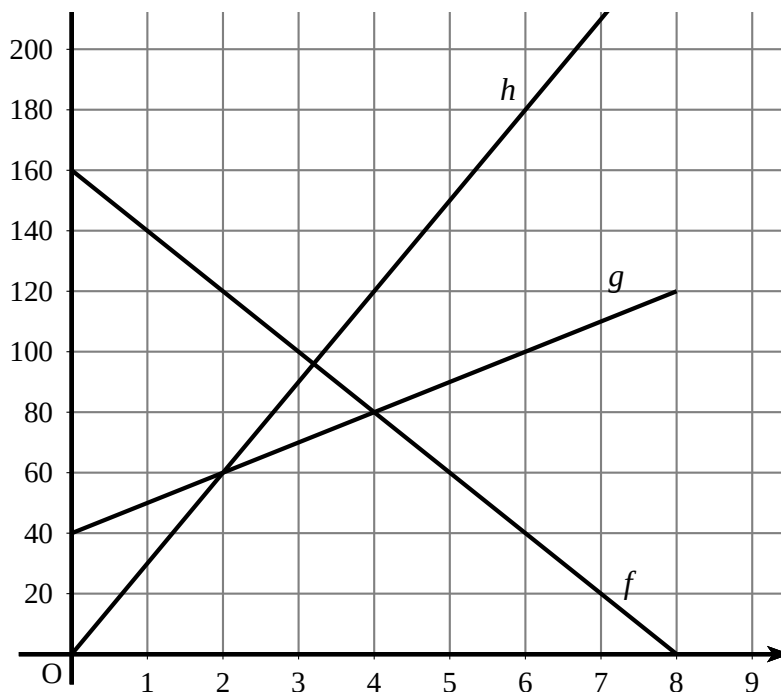
Voici quatre droites tracées dans un repère orthonormal. Donner l'expression de chacune des fonctions affines f_1 , f_2 , f_3 et f_4 associées à ces 4 droites.



EXERCICE 24

Fonctions affines.

Déterminer les expressions des fonctions affines f , g , et h sur les représentations suivantes



EXERCICE 25

Salaires

On propose à un représentant 3 offres d'embauches :

- Société A : Un salaire mensuel fixe de 1 000 € augmenté de 15 % du montant des ventes effectuées.
- Société B : Un salaire mensuel fixe de 600 € augmenté de 25 % du montant des ventes effectuées.
- Société C : un salaire de 1 150 € non indexé sur le montant des ventes.

1) On note x le montant des ventes pendant un mois et $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ le salaire proposé respectivement par les sociétés A, B et C. Exprimer en fonction de x , le salaire réalisé par ce représentant s'il choisit :

- a) La société A b) La société B c) La société C

2) Représenter dans un repère orthogonal les fonctions f , g et h .

On prendra 1cm pour 500 € sur l'axe des abscisses et 1cm pour 200 € sur l'axe des ordonnées.

- 3) En utilisant le graphique déterminer suivant le montant des ventes réalisées la société la plus intéressante.
- 4) Retrouver ces résultats par le calcul.
- 5) Le représentant pense réaliser 3500 € de ventes rapidement. Que lui conseilleriez vous ?

EXERCICE 26

Location de camping-car

Un client s'adresse à une agence de location de camping-car pour organiser ses vacances. Trois formules lui sont proposées :

- Formule 1 : forfait hebdomadaire de 850 €, kilométrage illimité.
- Formule 2 : forfait hebdomadaire de 700 €, avec 2 000 kilomètres inclus et 0,25 € par kilomètre parcouru au-delà de 2 000 kilomètres.
- Formule 3 : forfait hebdomadaire de 380 € et 0,32 € par kilomètre parcouru, toute semaine entamée étant payée intégralement.

- 1) Traduire, pour une semaine de location, chaque formule par une écriture de la forme (où x désigne le nombre de kilomètres parcourus pour la semaine de location) :

$f(x)$, pour la formule 1,

$g(x)$, pour la formule 2,

$h(x)$, pour la formule 3.

Vérifier, en particulier, que pour $x > 2\,000$, on a : $g(x) = 200 + 0,25x$.

- 2) Représenter graphiquement ces trois formules de location pour $x \in [0; 3\,000]$, dans le cas décrit à la question précédente, dans un même repère. On prendra comme unité :

1 cm = 200 km pour les abscisses et

1 cm = 100 € pour les ordonnées

- 3) Déterminer la formule la plus avantageuse pour une semaine de location en fonction du nombre de kilomètres parcourus de deux manières différentes :

a) avec le graphique

b) par le calcul.

- 4) Un client pense faire 2500 km, quelle formule lui conseilleriez vous ?

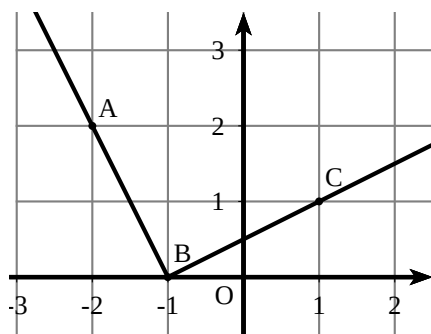
- 5) Un client a choisi la formule 1 pour **deux semaines** de vacances. Il a parcouru 4500 kilomètres. A-t-il fait le bon choix ?

EXERCICE 27

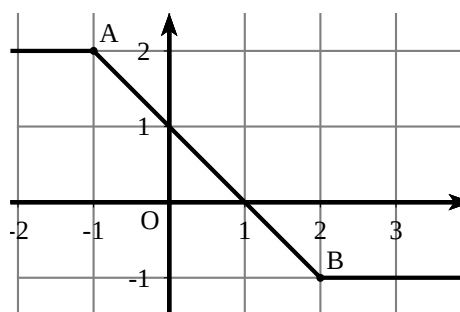
Fonctions affines par intervalles

- 1) Donner les expressions des fonctions affines dont les rep

a)



b)



2) Représenter graphiquement la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

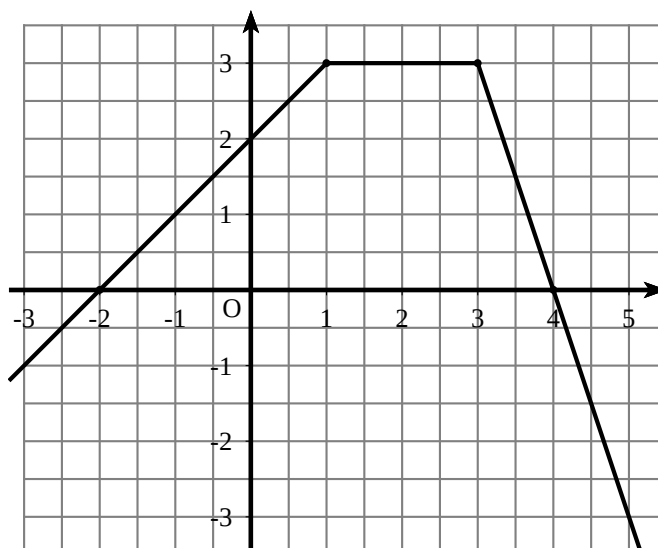
$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{2}x - 3 & \text{si } x < 0 \\ f(x) = 3 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

3) Représenter graphiquement la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = 2x + 5 & \text{si } x < -2 \\ f(x) = 1 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ f(x) = -2x + 5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

EXERCICE 28

Résolution d'une inéquation



La courbe ci-dessus est celle de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

- 1) Trouver les expressions de la fonction f définie par intervalles.
- 2) g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2 - x$
 - a) Tracer la fonction g sur le graphique.
 - b) Graphiquement, préciser le nombre de solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.
Par le calcul donner la valeur exacte de chacune.
- 3) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq g(x)$.

EXERCICE 29

Volume d'une cuve

Une cuve est formée de deux cubes superposés qui communiquent. L'arête du grand cube mesure 80 cm et celle du petit 60 cm. On désigne par x (en cm) la hauteur du liquide dans la cuve et par $V(x)$ le volume en litres correspondant.

Représenter sur votre calculatrice le volume $\mathcal{V}(x)$ en fonction de x

