Les équations du premier degré

Table des matières

1 Définition **2**

2 Résolution d'une équation du premier degré **2**
- 2.1 Règles de base 2
- 2.2 Exemples de résolution 3
- 2.3 Équations particulières 5
- 2.4 Conclusion 5

3 Développement d'une quantité algébrique **6**
- 3.1 Par la distributivité 6
- 3.2 Par une identité remarquable 7

4 Factorisation des quantités algébriques **7**
- 4.1 Avec un facteur commun 7
- 4.2 Avec une identité remarquable 9

5 Équations se ramenant au premier degré **9**
- 5.1 Équation produit 9
- 5.2 Égalité de deux carrés 10
- 5.3 Équations rationnelles se ramenant au premier degré 11

6 Mise en équation **12**
- 6.1 Introduction 12
- 6.2 Règles de bases 12
- 6.3 Un exemple 13

1 Définition

La notion d'équation est liée à la notion d'inconnue souvent nommée x. Cependant pour qu'il y ait équation cela ne suffit pas, il faut avoir en plus une égalité qui ne soit pas toujours vérifiée.

Définition 1 : On appelle équation à une inconnue, une égalité qui n'est vérifiée que pour certaine(s) valeur(s) d'une quantité x appelée **inconnue**.

Conséquence Écrire une équation revient donc à se poser la question :
Pour quelle(s) valeur(s) de x l'égalité est-elle vérifiée ?

Exemple : Laquelle de ces expressions représente une équation ?

- $7x+3$ pas une équation, mais une expression algébrique car pas d'égalité.
- $2(2x+3) = 4x+6$ pas une équation, mais une égalité toujours vérifiée.
- $2x+5=7$ équation car seule la valeur $x=1$ vérifie l'égalité.

Définition 2 : Une équation du premier degré est une équation où l'inconnue x n'apparaît qu'à la puissance 1.

Exemples :

- $2x+3=7x+5$ est une équation du premier degré.
- $2x^2+5x-7=0$ est une équation du second degré.
- $\dfrac{7x+1}{2x+3}=5$ est une équation rationnelle[1].

2 Résolution d'une équation du premier degré

2.1 Règles de base

Il n'y a que deux règles de base pour résoudre une équation du premier degré. Cette grande simplicité de résolution explique son succès auprès des élèves et son efficacité à resoudre des problèmes.

Règle 1 : On ne change pas une équation si l'on ajoute ou retranche un même nombre de chaque côté de l'égalité.

Exemple : Soit l'équation : $2x+3=5$

- Ajoutons (-3) de chaque côté de l'égalité, on a donc : $2x+3-3=5-3$
- On obtient alors $2x=2$

1. Une équation rationnelle est une équation où l'inconnue apparaît au dénominateur

Remarque :

- Dans la pratique on retiendra le raccourci :
  pour faire passer un terme de l'autre côté de l'égalité, on le change de signe :
  $2x + 3 = 5$ on fait passer le 3 de l'autre côté donc $2x = 5 - 3$.
- Cette règle permet de laisser l'inconnue à gauche de l'égalité.
  On dit qu'elle permet d'**isoler l'inconnue**.

Exemple : Soit l'équation : $5x + 7 = -3 + 2x$

- On isole l'inconnue en déplaçant le 7 et le $2x$, on obtient : $5x - 2x = -7 - 3$
- On regroupe les termes : $3x = -10$

> **Règle 2 :** On ne change pas une équation si l'on multiplie ou divise par un même nombre non nul chaque terme de l'égalité.

Exemples : Soit les équations : $2x = 1$ et $3x = -10$

- On divise par 2 la première et par 3 la seconde, on obtient alors :

$$x = \frac{1}{2} \qquad \text{et} \qquad x = -\frac{10}{3}$$

⚠ Dans cette deuxième règle, on ne change pas le signe.
On ne dit pas dans $2x = 1$ "le 2 passe de l'autre côté donc il change de signe".
On divise tout simplement.

Remarque : L'inconnue isolée, cette 2e règle permet de déterminer l'inconnue.

2.2 Exemples de résolution

Voici quelques exemples typiques de résolutions d'équations du premier degré.

Tout simple

Soit l'équation : $3x - 5 = -x + 2$

- On isole l'inconnue : $3x + x = 5 + 2$
- On regroupe les termes : $4x = 7$
- On divise par 4 donc : $x = \dfrac{7}{4}$

Avec des parenthèses

Soit l'équation : $7(x + 4) - 3(x + 2) = 3(x - 1) - (x + 7)$

- On enlève les parenthèses : $7x + 28 - 3x - 6 = 3x - 3 - x - 7$
- On isole l'inconnue : $7x - 3x - 3x + x = -28 + 6 - 3 - 7$
- On regroupe les termes : $2x = -32$
- On divise par 2 : $x = -16$

Avec des fractions

Soit l'équation : $\dfrac{2}{3}x + \dfrac{1}{8} = x \quad (1)$

- On réduit au même dénominateur : $\dfrac{16x+3}{24} = \dfrac{24x}{24} \quad (2)$
- On multiplie par 24 : $16x + 3 = 24x \quad (3)$
- On isole l'inconnue : $16x - 24x = -3$
- On regroupe les termes : $-8x = -3$
- On divise par (-8) : $x = \dfrac{-3}{-8}$
- On simplifie les signes : $x = \dfrac{3}{8}$

Remarque : Dans la pratique, on passe de la ligne (1) à la ligne (3) en multipliant par le dénominateur commun, soit :

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3}x + \frac{1}{8} = x \\ (\times 24) \qquad & 16x + 3 = 24x \end{aligned}$$

Égalité entre deux fractions

Soit l'équation $\dfrac{x-3}{5} = \dfrac{4+5x}{3}$

- On effectue un produit en croix : $3(x-3) = 5(4+5x)$
- On développe : $3x - 9 = 20 + 25x$
- On isole l'inconnue : $3x - 25x = 9 + 20$
- On regroupe : $-22x = 29$
- On divise par (-22) : $x = -\dfrac{29}{22}$

Des fractions et des parenthèses

Soit l'équation : $\dfrac{x+2}{3} - \dfrac{3(x-2)}{4} = \dfrac{-7x+2}{12} + 2$

- $(\times 12)$ $4(x+2) - 9(x-2) = -7x + 2 + 24$
- On enlève les parenthèses : $4x + 8 - 9x + 18 = -7x + 2 + 24$
- On isole l'inconnue : $4x - 9x + 7x = -8 - 18 + 2 + 24$
- On regroupe les termes : $2x = 0$
- On divise par 2 : $x = 0$

Remarque : Toutes ces équations se concluent par l'ensemble solution $S = \{x_0\}$, où x_0 est la solution trouvée.

2.3 Équations particulières

Ce sont des équations qui, après réduction, sont de la forme : $0x = b$.
Deux conclusions sont possibles traitées à l'aide de deux exemples ci-dessous :

Une équation impossible

Soit l'équation : $2(x+4)+1-5x = 3(1-x)+7$

- On développe : $2x+8+1-5x = 3-3x+7$
- On isole l'inconnue : $2x-5x+3x = -8-1+3+7$

La réduction des x à gauche donne 0. Au lieu de mettre seulement 0, par convention on écrira $0x$, pour conserver l'inconnue x que l'on cherche.

- On écrit alors : $0x = 1$

ce qui n'est manifestement jamais vérifiée. L'équation n'a donc aucune solution.

- L'ensemble solution est alors : $S = \varnothing$

Remarque : $\varnothing$ est le symbole de l'ensemble vide

Une infinité de solutions

Soit l'équation : $3(2x+4)-2x = 14-2(1-2x)$

- On enlève les parenthèses : $6x+12-2x = 14-2+4x$
- On isole l'inconnue : $6x-2x-4x = -12+14-2$
- On regroupe les termes : $0x = 0$

ce qui, cette fois-ci, est toujours vrai pour toutes les valeurs de x.
Toutes les valeurs de l'ensemble des réels conviennent.

- L'ensemble solution est alors : $S = \mathbb{R}$

2.4 Conclusion

On résume les différentes éventualités d'une équation du premier degré :

Théorème 1 : Toute équation du 1er degré peut se mettre sous la forme :

$$ax = b \quad \text{l'inconnue est isolée}$$

1) Si $a \neq 0$, l'équation admet une unique solution :

$$x = \frac{b}{a} \quad \text{donc} \quad S = \left\{\frac{b}{a}\right\}$$

2)
- Si $a = 0$ et $b \neq 0$: l'équation n'a pas de solution, donc : $S = \varnothing$
- Si $a = 0$ et si $b = 0$: tout x réel est solution, donc : $S = \mathbb{R}$

Remarque : On peut donner une autre définition d'un nombre irrationnel.
Un nombre x est irrationnel si et seulement si x n'est solution d'aucune équation du premier degré à coefficients entiers.

3 Développement d'une quantité algébrique

3.1 Par la distributivité

On utilise la propriété de la multiplication par rapport à l'addition :

Règle 3 : Pour tous nombres réels a, b, c, et d on a la relation :

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

C'est la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Exemples :

1) Développer le polynôme $P(x) = (2x-3)(4x+5)$

$$P(x) = (2x-3)(4x+5) = 8x^2 + 10x - 12x - 15 = 8x^2 - 2x - 15$$

2) Développer de deux façons le polynôme $Q(x) = 4(5x-1)(2x-1)$

On a deux multiplications, l'ordre dans lesquelles elles sont effectuées n'a pas d'importance. (commutativité)

- Si on commence par multiplier par 4, on a :

$$Q(x) = (20x-4)(2x-1) = 40x^2 - 20x - 8x + 4 = 40x^2 - 28x + 4$$

- Si on commence par la deuxième multiplication :

$$Q(x) = 4(10x^2 - 5x - 2x + 1) = 4(10x^2 - 7x + 1) = 40x^2 - 28x + 4$$

3) Être efficace pour développer le polynôme :

$$R(x) = (2x+1)(-x+3) - 3(5x+4)(x-2)$$

Le deuxième terme commence par (-3), au lieu de rentrer le 3, mieux vaut rentrer le (-3) afin d'éviter une ligne supplémentaire :

$$\begin{aligned} R(x) &= -2x^2 + 5x + 3 + (-15x - 12)(x-2) \\ R(x) &= -2x^2 + 5x + 3 - 15x^2 + 30x - 12x + 24 \\ R(x) &= -17x^2 + 23x + 27 \end{aligned}$$

4) Trois facteurs $S(x) = (2x+3)(x+2)(3x-7)$

- Les deux premiers facteurs : $S(x) = (2x^2 + 4x + 3x + 6)(3x-7)$
- On regroupe les termes : $S(x) = (2x^2 + 7x + 6)(3x-7)$
- On distribue de nouveau : $S(x) = 6x^3 - 14x^2 + 21x^2 - 49x + 18x - 42$
- On obtient alors : $S(x) = 6x^3 + 7x^2 - 31x - 42$

Remarque : Il faut être organisé pour développer.
Lorsqu'il existe plusieurs facteurs, bien séparer les puissances de x.

3.2 Par une identité remarquable

Des expressions sont développées une fois pour toutes car d'un usage fréquent. Ces **identités remarquables** sont au nombre de trois pour le second degré.

Règle 4 : Pour tous réels a et b, on a les égalités suivantes :

- Carrés parfaits : $\begin{cases} (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \end{cases}$
- Différence de deux carrés : $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Remarque : Bien noter la place du « $-$ » dans : $(a-b)^2 = a^2 \mathbf{-} 2ab \mathbf{+} b^2$.

Exemples : Application de ces trois identités remarquables :

$$(2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9 \qquad (5x-1)^2 = 25x^2 - 10x + 1$$
$$(7x-5)(7x+5) = 49x^2 - 25$$

4 Factorisation des quantités algébriques

La factorisation est une opération qui permet de mettre une expression algébrique sous forme de produits de facteurs. C'est l'opération inverse du développement.

Si le développement est toujours possible, la factorisation ne l'est pas toujours.

Deux situations se rencontrent fréquemment : l'expression admet un facteur commun ou l'expression correspond à une identité remarquable.

4.1 Avec un facteur commun

Règle 5 : Une expression qui admet un facteur commun est de la forme :

$$ab + ac$$

Elle se factorise en mettant « a » en facteur : $\underline{a}b + \underline{a}c = a(b+c)$

Un coefficient en facteur

Soit $P(x) = 4x + 12$, on met 4 en facteur : $P(x) = 4(x+3)$

Repérer que x est facteur commun

Soit $Q(x) = 5x^2 - 7x$, on met x en facteur : $Q(x) = x(5x-7)$

Une expression algébrique comme facteur commun

Soit l'expression : $R(x) = \underline{(x-2)}(x+4) - \underline{(x-2)}(2x+1)$

On met $(x-2)$ en facteur : $R(x) = (x-2)\left[(x+4) - (2x+1)\right]$

On développe dans le crochet : $R(x) = (x-2)(x+4-2x-1)$

On regroupe les termes : $R(x) = (x-2)(-x+3)$

Un facteur commun qui se cache dans un carré

Soit l'expression : $S(x) = \underline{(x+3)}^2 - 7x\underline{(x+3)}$

- On met $(x+3)$ en facteur : $S(x) = (x+3)\left[(x+3) - 7x\right]$
- On regroupe : $S(x) = (x+3)(-6x+3)$
- On peut factoriser par 3 le deuxième facteur, on obtient alors :

$$S(x) = 3(x+3)(-2x+1)$$

Remarque : Pour une raison d'esthétique, on met le coefficient 3 devant. La multiplication étant commutative, que le 3 soit au milieu ou à gauche ne change rien au résultat.

Problème du "1"

Soit l'expression : $T(x) = 2(2x+1)\underline{(x+5)} - \underline{(x+5)}$

- On met $(x+5)$ en facteur. Comme dans le second terme, il n'y a qu'un facteur, on en fabrique un deuxième artificiellement : $x+5 = 1(x+5)$.
- On obtient alors : $T(x) = (x+5)\left[2(2x+1) - 1\right]$

$$T(x) = (x+5)(4x+2-1)$$
$$T(x) = (x+5)(4x+1)$$

Un facteur commun "caché"

Parfois le facteur commun n'est pas visible immédiatement. Il faut donc transformer l'expression, pour le mettre en évidence. Voici un exemple :

Soit l'expression : $U(x) = 3(4x-6)(2x+5) - (6x-9)(x+11)$

- Le premier terme se factorise par 2 et le second par 3, on obtient alors :

$$U(x) = 3 \times 2\underline{(2x-3)}(2x+5) - 3\underline{(2x-3)}(x+11)$$

- Un facteur commun $(2x-3)$ est ainsi mis en évidence :

$$U(x) = (2x-3)\left[6(2x+5) - 3(x+11)\right]$$
$$U(x) = (2x-3)(12x+30-3x-33)$$
$$U(x) = (2x-3)(9x-3)$$

On peut factoriser le deuxième facteur par 3 : $U(x) = 3(2x-3)(3x-1)$

Deux facteurs de signes opposés

Soit l'expression : $V(x) = (3x-1)(x-2) + x(2-x)$

- Les facteurs $(x-2)$ et $(2-x)$ sont opposés. On change le signe du deuxième en sortant le signe "$-$" à l'extérieur de la parenthèse, on a ainsi :

$$V(x) = (3x-1)\underline{(x-2)} - x\underline{(x-2)}$$

- On met $(x-2)$ en facteur : $V(x) = (x-2)(3x-1-x)$
- Soit : $V(x) = (x-2)(2x-1)$

4.2 Avec une identité remarquable

Règle 6 : Les identités remarquables permettent de développer mais aussi de factoriser lorsqu'elle sont utilisées dans l'autre sens.

- Différence de deux carrés : $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- Carrés parfaits : $\begin{cases} a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \\ a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \end{cases}$

Différence de deux carrés

$$P(x) = x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x-3)(x+3)$$

Une autre différence de deux carrés

$$Q(x) = 9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2 = (3x-4)(3x+4)$$

Différence de deux expressions algébriques au carré

$$\begin{aligned} R(x) &= (2x-7)^2 - (x+3)^2 \\ R(x) &= [(2x-7)-(x+3)]\,[(2x-7)+(x+3)] \\ R(x) &= (2x-7-x-3)(2x-7+x+3) \\ R(x) &= (x-10)(3x-4) \end{aligned}$$

Un carré parfait

Soit l'expression $S(x) = 4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 12x + 3^2$
C'est un carré parfait, en effet si $a = 2x$ et $b = 3$, on a $2ab = 2 \times 2x \times 3 = 12x$

$$S(x) = (2x+3)^2$$

Un autre carré parfait

Soit l'expression $T(x) = x^2 - 14x + 49 = x^2 - 14x + 7^2$
C'est un carré parfait, en effet si $a = x$ et $b = 7$, on a $2ab = 2 \times x \times 7 = 14x$

$$T(x) = (x-7)^2$$

5 Équations se ramenant au premier degré

5.1 Équation produit

Règle 7 : **Intégrité de la multiplication** :
Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul :

$$ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0$$

Un produit de facteur nul

Soit l'équation : $(x+2)(2x-9)=0 \Leftrightarrow x+2=0$ ou $2x-9=0$

$$\Leftrightarrow x=-2 \quad \text{ou} \quad x=\frac{9}{2}$$

On conclut par l'ensemble solution : $S=\left\{-2\,;\,\frac{9}{2}\right\}$

Une équation à factoriser

Lorsque l'expression n'est pas factorisée, on factorise pour avoir un produit nul.

Soit l'équation : $5x(x+3)-7x^2=0$, on factorise par x

$$x\,[5(x+3)-7x]=0 \Leftrightarrow x(5x+15-7x)=0 \Leftrightarrow x(-2x+15)=0$$

Produit de facteurs nul, donc : $x=0$ ou $-2x+15=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=\frac{15}{2}$

On conclut par l'ensemble solution : $S=\left\{0\,;\,\frac{15}{2}\right\}$

Des produits de chaque côté

Soit l'équation : $(x-1)(2x+3)=(x-1)(x-6)$

On cherche à mettre tous les termes à gauche afin d'avoir le terme de droite nul.
On annule donc le second terme et on cherche ensuite à factoriser :

$$\begin{aligned}\underline{(x-1)}(2x+3)-\underline{(x-1)}(x-6)&=0\\(x-1)\,[(2x+3)-(x-6)]&=0\\(x-1)(2x+3-x+6)&=0\\(x-1)(x+9)&=0\end{aligned}$$

Produit de facteurs nul : $x-1=0$ ou $x+9=0 \Leftrightarrow x=1$ ou $x=-9$

On conclut par l'ensemble solution : $S=\{-9\,;\,1\}$

5.2 Égalité de deux carrés

Règle 8 : Deux nombres au carré sont égaux si et seulement si ces nombres sont égaux ou opposés :

$$a^2=b^2 \quad \Leftrightarrow \quad a=b \quad \text{ou} \quad a=-b$$

Exemples :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $(3x+1)^2=16 \Leftrightarrow (3x+1)^2=4^2$

Égalité de deux carrés, donc :

$$\begin{aligned}3x+1=4 &\quad \text{ou} \quad 3x+1=-4\\3x=3 &\quad \text{ou} \quad 3x=-5\\x=1 &\quad \text{ou} \quad x=-\frac{5}{3}\end{aligned}$$

On obtient alors : $S=\left\{1\,;\,-\frac{5}{3}\right\}$

Remarque : Cette équation aurait pu être résolue par une factorisation :

$(3x+1)^2 = 16 \Leftrightarrow (3x+1)^2 - 4^2 = 0 \Leftrightarrow (3x+1-4)(3x+1+4) = 0 \Leftrightarrow$

$(3x-3)(3x+5) = 0$

On retrouve alors les mêmes solutions : 1 et $-\dfrac{5}{3}$ en annulant chaque facteur.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $(5x+2)^2 = (x+1)^2$

Deux carrés égaux donc :

$$\begin{array}{rcl} 5x+2 = x+1 & \text{ou} & 5x+2 = -x-1 \\ 5x - x = -2+1 & \text{ou} & 5x + x = -2-1 \\ 4x = -1 & \text{ou} & 6x = -3 \\ x = -\dfrac{1}{4} & \text{ou} & x = -\dfrac{1}{2} \end{array}$$

On obtient alors : $S = \left\{-\dfrac{1}{4} ; -\dfrac{1}{2}\right\}$

Remarque : Cette équation aurait pu aussi être résolue par une factorisation :

$(5x+2)^2 = (x+1)^2 \Leftrightarrow (5x+2)^2 - (x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow$

$(5x+2-x-1)(5x+2+x+1) = 0 \Leftrightarrow (4x+1)(6x+3) = 0$

Cette méthode exige une factorisation un peu plus difficile.

5.3 Équations rationnelles se ramenant au premier degré

Définition 3 : Une équation rationnelle est une équation qui possède un dénominateur où figure l'inconnue. Cette équation a un sens si et seulement si ce dénominateur ne s'annule pas.

Égalité de deux fractions

Résoudre l'équation : $\dfrac{4x-3}{x-1} = \dfrac{3}{2}$

Le dénominateur $(x-1)$ ne doit pas s'annuler.

On appelle la valeur qui annule ce dénominateur une **valeur interdite**.

- On détermine La valeur interdite : $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

On appelle D_f l'ensemble de définition de cette équation donc : $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$.

Cela signifie que toutes les valeurs réelles peuvent être solution de cette équation à l'exception de $x = 1$.

Pour résoudre cette équation, faisons un produit en croix. Cela donne :

$2(4x-3) = 3(x-1) \Leftrightarrow 8x - 6 = 3x - 3 \Leftrightarrow 8x - 3x = 6 - 3$

$5x = 3 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{5} \in D_f$

Cette valeur appartient à D_f, donc : $S = \left\{\dfrac{3}{5}\right\}$

Des solutions impossibles

Résoudre l'équation : $\dfrac{2}{x+2} - \dfrac{x}{x-2} = \dfrac{-8}{(x-2)(x+2)}$

Valeurs interdites $x+2=0$ ou $x-2=0 \Leftrightarrow x=-2$ ou $x=2$

On a donc comme ensemble de définition $D_f = \mathbb{R} - \{-2\,;2\}$

Mettons l'équation au même dénominateur

$$\frac{2(x-2)-x(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{-8}{(x-2)(x+2)}$$

Multiplions par le dénominateur commun $(x+2)(x-2)$:

$$2(x-2)-x(x+2) = -8 \Leftrightarrow \cancel{2x} - 4 - x^2 - \cancel{2x} = -8 \Leftrightarrow$$
$$-x^2 = -8+4 \Leftrightarrow -x^2 = -4 \Leftrightarrow x^2 = 4$$

Nous avons une égalité de deux carrés donc : $x=2$ ou $x=-2$

Ces deux valeurs sont interdites, donc ne peuvent être solution.

L'équation n'admet donc aucune solution donc : $S = \varnothing$.

6 Mise en équation

6.1 Introduction

La mise en équation pose des difficultés parce qu'intervient directement la traduction d'un texte vers les mathématiques.

Les premiers exercices sont simples et pourraient se résoudre arithmétiquement sans passer par l'algèbre, mais ils permettent de s'entraîner à la traduction algébrique par une équation à la question posée dans l'énoncé.

Résoudre cette équation permet de répondre à la question posée.

C'est souvent par des problèmes apparemment simples que les mathématiques ont progressé.

6.2 Règles de bases

On peut diviser la mise en équation en quatre parties.

1) **Compréhension de l'énoncé.** Parfois il est utile de pouvoir visualiser le problème à l'aide de dessins, croquis, etc ... Il ne faut pas se censurer en se disant « je peux très bien penser sans faire de dessins ». La visualisation permet un rapprochement concret du problème et rend la traduction plus facile.
2) **Choix de l'inconnue.** Une fois l'énoncé compris, il faut, pour répondre à la question, choisir l'inconnue. Parfois ce choix est évident, parfois plusieurs choix sont possibles. Il est alors important de définir en quelques mots la signification de l'inconnue.
3) **Mise en équation.** Une fois cette inconnue définie, l'étape de la mise en équation intervient. Parfois la traduction est simple, d'autres fois c'est un peu plus compliqué. Attention à pas projeter une idée préconçue qui n'existe pas dans l'énoncé. Il faut s'en tenir uniquement à l'énoncé rien que l'énoncé.
4) **Résolution.** La dernière étape est la résolution de l'équation. Ne pas hésiter à simplifier l'équation avant de la résoudre.
   On conclut par une phrase en français.

6.3 Un exemple

Deux négociants ont 30 000 € et 100 000 €. Sachant que leur capital à chacun s'accroît chaque année de 5 000 €, au bout de combien de temps le capital du premier sera-t-il égal à la moitié du second ?

1) Les deux négociants voient leur capital augmenter tous les ans de la même somme. Au début le capital du premier est inférieur à la moitié du second.
   Le problème est donc possible.
2) On prend souvent, pour désigner l'inconnue, l'initiale de ce que l'on cherche. Ici, on cherche un nombre d'années, donc on prend pour inconnue n.
   Soit n le nombre d'années nécessaires.
3) On peut poser l'équation suivante :
   $30\,000 + 5\,000\,n =$ capital du 1er négociant au bout de n années
   $100\,000 + 5\,000\,n =$ capital du 2e négociant au bout de n années donc :
   $$30\,000 + 5\,000\,n = \frac{1}{2}(100\,000 + 5\,000\,n)$$
4) Résolution de l'équation : on multiplie par 2 l'équation :
   $$\begin{aligned} 60\,000 + 10\,000\,n &= 100\,000 + 5\,000\,n \quad , \quad \text{on divise par } 1\,000 \\ 60 + 10\,n &= 100 + 5\,n \\ 10n - 5\,n &= 100 - 60 \\ 5\,n &= 40 \\ n &= \frac{40}{5} = 8 \end{aligned}$$

Au bout de 8 ans, le capital du premier sera égal à la moitié du second.