

Les inéquations du premier degré

Intervalles

EXERCICE 1

Déterminer les intervalles correspondant aux inégalités suivantes :

- | | |
|----------------------|--------------------|
| 1) $x \geq 7$ | 2) $x < 10$ |
| 3) $x \leq 3$ | 4) $x > 5$ |
| 5) $2 \leq x \leq 8$ | 6) $-4 \leq x < 7$ |
| 7) $0 < x \leq 3$ | 8) $-7 < x < -2$ |

EXERCICE 2

Déterminer les intervalles correspondants aux propriétés suivantes :

- | | |
|-----------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) x est un réel strictement positif. | 2) $x \neq 0$ et $-1 < x < 2$. |
| 3) $x < -3$ ou $x \geq 2$. | 4) $x > 1$ et $x \leq 5$ |
| 5) $x \geq -2$ et $x > 3$ | 6) $0 \leq x < 5$ et $2 < x \leq 9$ |

EXERCICE 3

Traduire à l'aide d'une inégalité ou d'un encadrement les intervalles suivants :

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------------------------|
| 1) $x \in] -\infty ; 4 [$ | 2) $x \in [10 ; +\infty [$ |
| 3) $x \in] -5 ; +\infty [$ | 4) $x \in [-2 ; 3]$ |
| 5) $x \in] 0 ; 12 [$ | 6) $x \in] -\infty ; 3 [\cup [7 ; +\infty [$ |
| 7) $x \in \mathbb{R}_+^*$ | |

Inéquations du premier degré

EXERCICE 4

Résoudre les inéquations en donnant la solution sous la forme d'un intervalle :

- | | |
|---------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 1) $x - 3 < 5x + 1$ | 2) $2 - 3x \geq 0$ |
| 3) $5x - 7 \geq 0$ | 4) $-4x + \frac{5}{4} \leq 0$ |
| 5) $-2 - \frac{3}{2}x \geq 0$ | 6) $2x - \frac{1}{3} < 3x - \frac{1}{4}$ |
| 7) $\frac{3x+1}{4} > \frac{5x+1}{6}$ | 8) $2x - \frac{x-1}{5} \geq \frac{1}{4} - x$ |
| 9) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} > x + \frac{1}{2}$ | |

EXERCICE 5

Résoudre les inéquations en donnant la solution sous la forme d'un intervalle :

- | | |
|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| 1) $2(x - 1) - 3(x + 1) > 4(x - 2)$ | 2) $\frac{11}{10}x - \frac{1}{10} \leq 2 \left(x + \frac{8}{5} \right)$ |
| 3) $\frac{1}{3}(2x + 1) - \frac{1}{2}(x - 2) > \frac{1}{6}(x + 2)$ | 4) $\frac{x - 1}{4} - 5 \leq \frac{2x - 3}{2} + \frac{3}{4}$ |
| 5) $x - \frac{1}{2} - x(x + 2) > 2 - x(x - 3)$ | 6) $\frac{1 - x}{4} - \frac{3x - 2}{2} \leq \frac{2x + 5}{6}$ |
| 7) $4x + 3 > 4x - 1$ | 8) $x - 1 \leq x$ |

Inéquations produits**EXERCICE 6**

Résoudre les inéquations suivantes en utilisant un tableau de signes.
On factorisera lorsque cela sera nécessaire :

- | | |
|-----------------------------------------|-------------------------------|
| 1) $(x - 4)(3 - x) \leq 0$ | 2) $x(-2x + 3) > 0$ |
| 3) $(4x - 9)(1 - 5x) < 0$ | 4) $-2x(x - 1)(4 - x) \leq 0$ |
| 5) $(x + 7)^2 + 2(x + 1)(x + 7) \leq 0$ | 6) $4x^2 - 9 \geq 0$ |
| 7) $(3x + 5)^2 \geq 1$ | |

Inéquations particulières**EXERCICE 7**

Observer, réfléchir puis résoudre les inéquations suivantes :

- | | |
|--------------------|----------------------------|
| 1) $-5x^2 \leq 0$ | 2) $(x - 1)^2 < 0$ |
| 3) $(x - 4)^2 > 0$ | 4) $x^3 + 2x^2 + x \geq 0$ |

Inéquations rationnelles**EXERCICE 8**

Résoudre les inéquations suivantes en utilisant un tableau de signes :

- | | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------------------|
| 1) $\frac{x + 1}{3 - x} \geq 0$ | 2) $\frac{7 - 2x}{2x - 1} \leq 0$ | 3) $\frac{x + 4}{5 - x} < 2$ |
| 4) $\frac{-5}{2x + 1} \geq 1$ | 5) $\frac{2x + 3}{x - 1} \geq 4$ | 6) $\frac{5x}{1 - x} \leq \frac{10x}{2x + 1}$ |

Erreurs fréquentes**EXERCICE 9**

Les propositions suivantes sont fausses. Donner une raison de cette erreur puis donner la proposition vraie en résolvant l'inéquation.

- 1) Si $x^2 \geq 9$, alors $x \geq 3$. 2) Si $\frac{1}{x} > 1$, alors $1 < x$.
 3) Si $x(1-x) < 2x$, alors $1-x < 2$. 4) Si $\frac{2x+1}{x-3} \leq 1$, alors $2x+1 \leq x-3$.

Problèmes**EXERCICE 10**

Un particulier a des marchandises à transporter. Un premier transporteur lui demande 460 € au départ et 3,5 € par kilomètre. Un second transporteur lui demande 1 000 € au départ et 2 € par kilomètre.

Pour quelles distances à parcourir est-il plus avantageux de s'adresser au second transporteur ?

EXERCICE 11

Une société veut imprimer des livres. La location de la machine revient à 750 € par jour et les frais de fabrication s'élèvent à 3,75 € par livre.

Combien faut-il imprimer de livres par jour pour que le prix de revient d'un livre soit inférieur ou égal à 6 € ?

EXERCICE 12

Hugo a quatre contrôles par trimestre en mathématiques. Les notes sont des nombres entiers.

Aux trois premiers contrôles du trimestre, il a obtenu 5, 12 et 9 sur 20.

Pour quelles notes au quatrième contrôle, Hugo aurait-il une moyenne supérieure à 10 ?

EXERCICE 13

Si dans un champ rectangulaire, on diminue d'un mètre sa longueur et si l'on augmente d'un mètre sa largeur, son aire augmente-t-elle ?

EXERCICE 14

Démontrer que la somme d'un réel strictement positif et de son inverse est toujours supérieure ou égale à 2. Pour quel(s) réel(s) y a-t-il égalité ?