Fonctions
Fonction affine
Résolution graphique

Définition

Une fonction f est une relation qui à un réel x associe un **unique** réel y tel que : $y = f(x)$. On écrit alors :

$$\begin{aligned} f \;:\; \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto y = f(x) \end{aligned}$$

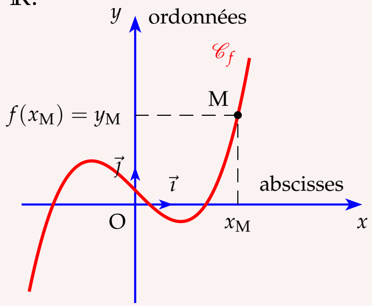
y est l'**image** de x par f et x l'**antécédent** de y par f.

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3x^2 - 4x - 1$.
L'image de 2 par f est alors :

$$f(2) = 3(2)^2 - 4(2) - 1 = 12 - 8 - 1 = 3$$

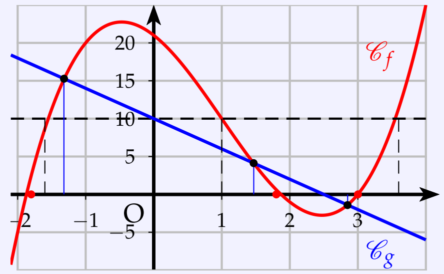
Représentation d'une fonction

La représentation graphique d'une fonction est la courbe $\mathscr{C}_f$ formée des points $\mathrm{M}(x\,;\,f(x))$ lorsque x varie sur $\mathbb{R}$.



Représentation à l'aide d'une calculatrice

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 7x + 21$
et la fonction affine g définie par $g(x) = -4x + 10$



Variations

Soit I un intervalle (ouvert ou fermé, borné ou non) contenant a et b. Soit une fonction f définie sur I :

- f croissante sur I $\Leftrightarrow$ $[\, a < b \Rightarrow f(a) < f(b) \,]$
- f décroissante sur I $\Leftrightarrow$ $[\, a < b \Rightarrow f(a) > f(b) \,]$
- f monotone sur I $\Leftrightarrow$ f croissante ou décroissante sur I

Une fonction croissante conserve l'inégalité.
Une fonction décroissante inverse l'inégalité.

Résolution graphique

$f(x) = 0$ **:** On cherche les abscisses des points d'intersection entre la courbe $\mathscr{C}_f$ et l'axe des abscisses.

$$S_1 = \{-1,8\,;\,1,8\,;\,3\}$$

$f(x) \geqslant 10$ **:** On cherche les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ qui sont sur ou au-dessus de la droite $y = 10$.

$$S_2 = [-1,6\,;\,1] \cup [3,6\,;+\infty[$$

$f(x) \leqslant -4x + 10$ **:** On cherche les abscisses des pts de la courbe $\mathscr{C}_f$ qui sont sur ou en-dessous de la courbe $\mathscr{C}_g$.

$$S_3 =]-\infty\,;-1,3] \cup [1,5\,;\,2,8]$$

Fonction affine

Une fonction **affine** est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax + b$

- a est le **coefficient directeur**.

  $a > 0$, f croissante et $a < 0$, f décroissante
- b est l'**ordonnée à l'origine** : $f(0) = b$.
- $\mathscr{C}_f$ est une droite passant par le point $(0, b)$
- $b = 0$, la fonction f est alors **linéaire** : $f(x) = ax$.
  L'image $f(x)$ est **proportionnelle** à x.
  Sa représentation est une droite qui passe par l'origine.

Expression algébrique à partir de deux images

$f(x_1)$ et $f(x_2)$ deux images d'une fonction **affine** f.

Pour déterminer l'expression algébrique de f, il faut déterminer les coefficients a et b :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \quad \text{taux d'accroissement}$$

$$b = f(x_1) - ax_1$$

Expression algébrique à partir de la représentation

$$a = \frac{\text{variation de } y}{\text{variation de } x}$$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

b = intersection de (AB) avec (Oy).

$b = 2$