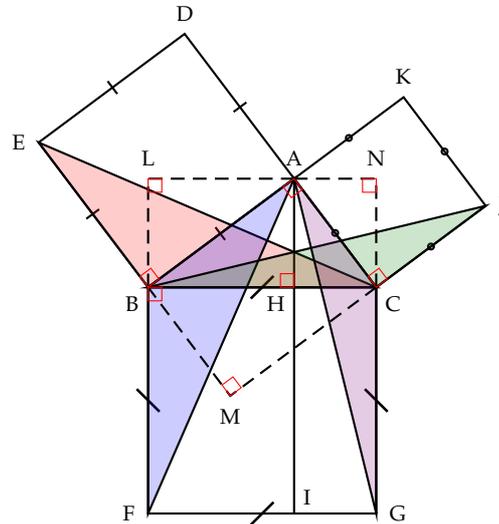


# Démonstration du théorème de Pythagore

- Soit un triangle ABC rectangle en A.
- On construit les carrés ABED, BFGC et ACJK.
- On abaisse la hauteur en A qui coupe [BC] en H et [FG] en I.
- On considère alors les deux triangles BEC (en rouge) et ABF (en bleu).
- On rappelle l'aire d'un triangle :

$$\mathcal{A} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$



- 1) Les triangles BEC et ABF possèdent deux côtés de même longueur et un angle de même mesure. En effet :

$$EB = AB, \quad BC = BF \quad \text{et} \quad \widehat{CBE} = \widehat{ABF} \quad (\widehat{ABC} + 90^\circ)$$

Les triangles BEC et ABF sont donc isométriques (triangles de même dimension). Les aires des triangles BEC et ABF sont donc égales :

$$\mathcal{A}_{(BCE)} = \frac{BE \times CM}{2} = \frac{AB^2}{2} \quad \text{et} \quad \mathcal{A}_{(ABF)} = \frac{BF \times AL}{2} = \frac{BC \times BH}{2}$$

On déduit de  $\mathcal{A}_{(BCE)} = \mathcal{A}_{(ABF)}$  que :  $AB^2 = BC \times BH$  (1)

- 2) On considère maintenant les triangles : BCJ et ACG

Les triangles BCJ et ACG possèdent deux côtés de même longueur et un angle de même mesure. En effet :

$$CJ = AC, \quad BC = CG \quad \text{et} \quad \widehat{BCJ} = \widehat{ACG} \quad (\widehat{ACB} + 90^\circ)$$

Les triangles BCJ et ACG sont isométriques. Les aires des triangles BCJ et ACG sont donc égales :

$$\mathcal{A}_{(BCJ)} = \frac{CJ \times BM}{2} = \frac{AC^2}{2} \quad \text{et} \quad \mathcal{A}_{(ACG)} = \frac{CG \times AN}{2} = \frac{BC \times HC}{2}$$

On déduit de  $\mathcal{A}_{(BCJ)} = \mathcal{A}_{(ACG)}$  que :  $AC^2 = BC \times HC$  (2)

- 3) Conclusion : de (1) et (2) on a :

$$BC \times BH + BC \times HC = AB^2 + AC^2$$

$$BC(BH + HC) = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$