

Correction du contrôle

Du lundi 12 novembre 2012

EXERCICE 1

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes : (4 points)

1) $4x - 1 - (2 - 3x) = 3x - 5(2 - x) + 1$, on a alors :

$$4x - 1 - 2 + 3x = 3x - 10 + 5x + 1$$

$$4x - 5x = 1 + 2 - 10 + 1$$

$$-x = -6$$

$$x = 6 \quad S = \{6\}$$

2) $\frac{3x-1}{2} - \frac{2x-5}{5} = x + \frac{3x-1}{10}$, on a alors :

$$(\times 10) \quad 15x - 5 - 4x + 10 = 10x + 3x - 1$$

$$15x - 4x - 10x - 3x = 5 - 10 - 10 - 1$$

$$-2x = -6$$

$$x = 3 \quad S = \{3\}$$

3) $\frac{x-2}{4} = \frac{5}{4}x - x$, on a alors :

$$(\times 4) \quad x - 2 = 5x - 4x$$

$$x - 5x + 4x = 2$$

$$0x = 2 \quad \text{impossible} \quad S = \emptyset$$

4) $(x-3)(2x-5) = (2x-4)(x-2)$, on développe :

$$2x^2 - 5x - 6x + 15 = 2x^2 - 4x - 4x + 8$$

$$-5x - 6x + 4x + 4x = -15 + 8$$

$$-3x = -7$$

$$x = \frac{7}{3} \quad S = \left\{ \frac{7}{3} \right\}$$

EXERCICE 2

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes en ayant soin de factoriser lorsque cela est nécessaire. (5 points)

1) $(7x-3)(4-5x) = 0$

Produit nul. On annule chaque terme :

$$7x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad 4 - 5x = 0$$

$$x = \frac{3}{7} \quad \text{ou} \quad -5x = -4$$

$$x = \frac{4}{5}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{7}; \frac{4}{5} \right\}$$

2) $x(x - 3) - x(7x - 5) = 0$. On factorise par x

$$x[(x - 3) - (7x - 5)] = 0$$

$$x(-6x + 2) = 0$$

$$2x(-3x + 1) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad -3x + 1 = 0$$

$$\text{ou} \quad x = \frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ 0; \frac{1}{3} \right\}$$

3) $(x - 1)(2x + 3) - (x - 1)(x - 6) = 0$. On factorise par $(x - 1)$

$$(x - 1)[(2x + 3) - (x - 6)] = 0$$

$$(x - 1)(x + 9) = 0$$

$$x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 9 = 0$$

$$x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -9$$

$$S = \{-9; 1\}$$

4) $4x^2 + 12x + 9 = 0$. C'est un carré parfait

$$(2x + 3)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x + 3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{3}{2} \quad \Leftrightarrow \quad S = \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$$

5) $(2x + 3)(x + 1) + (2x + 3)(3x + 2) + 4x^2 - 9 = 0$. On factorise en mettant en évidence un facteur commun

$$(2x + 3)(x + 1) + (2x + 3)(3x + 2) + (2x - 3)(2x + 3) = 0$$

$$(2x + 3)[(x + 1) + (3x + 2) + (2x - 3)] = 0$$

$$(2x + 3)(6x) = 0$$

$$6x(2x + 3) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 2x + 3 = 0$$

$$\text{ou} \quad x = -\frac{3}{2}$$

$$S = \left\{ -\frac{3}{2}; 0 \right\}$$

6) $(3 - x)^2 = (5x + 1)^2$. C'est une égalité de deux carrés

$$\begin{aligned}
3 - x &= 5x + 1 & \text{ou} & & 3 - x &= -5x - 1 \\
-x - 5x &= -3 + 1 & \text{ou} & & -x + 5x &= -3 - 1 \\
-6x &= -2 & \text{ou} & & 4x &= -4 \\
x &= \frac{1}{3} & \text{ou} & & x &= -1
\end{aligned}$$

$$S = \left\{ -1; \frac{1}{3} \right\}$$

EXERCICE 3

Equation du troisième degré.

(3 points)

1) On développe : $P(x) = (x + 3)(2x + 1)(4 - x)$

$$\begin{aligned}
P(x) &= (2x^2 + x + 6x + 3)(4 - x) \\
&= (2x^2 + 7x + 3)(4 - x) \\
&= (8x^2 - 2x^3 + 28x - 7x^2 + 12 - 3x) \\
&= -2x^3 + x^2 + 25x + 12
\end{aligned}$$

2) $-2x^3 + x^2 + 25x + 12 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)(2x + 1)(4 - x) = 0$ on obtient alors :

$$\begin{aligned}
x + 3 = 0 & \text{ ou } 2x + 1 = 0 & \text{ ou } 4 - x = 0 \\
x = -3 & \text{ ou } x = -\frac{1}{2} & \text{ ou } x = 4
\end{aligned}$$

$$S = \left\{ -3; -\frac{1}{2}; 4 \right\}$$

EXERCICE 4

Forme développée, semi-développée et factorisée

(4 points)

1) a) On développe :

$$\begin{aligned}
E(x) &= 16x^2 + 8x + 1 - (4x^2 + x + 16x + 4) \\
&= 16x^2 + 8x + 1 - 4x^2 - x - 16x - 4 \\
&= 12x^2 - 9x - 3
\end{aligned}$$

b) On factorise :

$$\begin{aligned}
E(x) &= (4x + 1)[(4x + 1) - (x + 4)] \\
&= (4x + 1)(3x - 3) \\
&= 3(4x + 1)(x - 1)
\end{aligned}$$

2) a) $E(x) = 0$, on utilise la forme 3 (factorisée) :

$$3(4x + 1)(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4} \text{ ou } x = 1 \text{ soit } S = \left\{ -\frac{1}{4}; 1 \right\}$$

b) $E(x) = -3$, on utilise la forme 2 (développée) :

$$12x^2 - 9x - 3 = -3 \Leftrightarrow 12x^2 - 9x = 0 \Leftrightarrow 3x(4x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{3}{4} \text{ soit } S = \left\{0; \frac{3}{4}\right\}$$

c) $E(x) = (4x + 1)^2$, on utilise la forme 1 (semi-développée)

$$(4x + 1)^2 - (x + 4)(4x + 1) = (4x + 1)^2 \Leftrightarrow -(x + 4)(4x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \text{ ou } x = -\frac{1}{4} \text{ soit } S \left\{-4; -\frac{1}{4}\right\}$$

EXERCICE 5

Problèmes.

(4 points)

1) On pose : $x =$ salaire mensuel d'un ouvrier.

Le salaire du contremaître est alors de $x + 400$ et celui du patron de $x + 400 + 1\,000$.

On a alors :

$$11x + 2(x + 400) + (x + 400 + 1\,000) = 19\,000$$

$$11x + 2x + 800 + x + 1\,400 = 19\,000$$

$$14x = 16\,800$$

$$x = \frac{16\,800}{14} = 1\,200$$

Le salaire mensuel d'un ouvrier est donc de 1 200 €, d'un contremaître 1 600 € et du patron 2 600.

2) On pose : $x =$ l'âge du fils

L'âge du père est alors $x + 27$. Dans 6 ans, on aura :

$$(x + 27) + 6 = 2(x + 6)$$

$$x + 33 = 2x + 12$$

$$-x = -33 + 12$$

$$x = 21$$

Le fils a donc 21 ans et le père $21 + 27 = 48$ ans.

3) Il faut se situer 6 ans dans l'avenir. Le fils et le père ont toujours 27 ans d'écart. Pour que l'âge père soit le double de celui du fils, il faut alors que l'âge du fils soit de 27 ans.

On revient alors au présent. Le fils a donc : $27 - 6 = 21$ ans. Le père a donc $21 + 27 = 48$ ans