

Correction contrôle de mathématiques

Lundi 26 mai 2014

EXERCICE 1

Algorithme

(6 points)

1) On obtient les sommes suivantes pour :

- $n = 2 \quad S = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
- $n = 3 \quad S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{6 + 3 + 2}{6} = \frac{11}{6}$
- $n = 4 \quad S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{12 + 6 + 4 + 3}{12} = \frac{25}{12}$

N	5	20	100
S	2,283	3,598	5,187

```

: Prompt N
: 0 → S
: For(I,1,N)
:   S + 1/I → S
: End
: Disp S

```

3) a) Tant que la somme est inférieure ou égale à 7, le programme calcule le terme suivant de la somme. Lorsque la somme devient supérieure à 7 la boucle s'arrête et le programme affiche le dernier terme de la somme.

b) On trouve alors $N = 616$

A partir de $N = 616$ la somme S est supérieure à 7.

```

: 0 → N
: 0 → S
: While S ≤ 7
:   N + 1 → N
:   S + 1/N → S
: End
: Disp N

```

EXERCICE 2

Équations de droite

(4 points)

1) a) Un vecteur directeur de d est : $\vec{u} = (-b; a) = (2; 4)$

b) On isole y dans l'équation cartésienne : $y = 2x + \frac{3}{2}$

2) a) On a : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - 7}{6 - (-4)} = -\frac{1}{2}$ et $p = y_A - mx_A = 7 + \frac{1}{2}(-4) = 7 - 2 = 2$

L'équation réduite de la droite (AB) est : $y = -\frac{1}{2}x + 5$

b) L'abscisse du point C est déterminé par :

$$-\frac{1}{2} + 5 = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3} \Leftrightarrow (\times 6) - 3x + 30 = 4x + 16 \Leftrightarrow -7x = -14 \Leftrightarrow x = 2$$

On remplace cette valeur dans l'une des équations et l'on trouve $y = -\frac{1}{2} \times 2 + 5 = 4$

Le point C a comme coordonnées (2 ; 4)

EXERCICE 3

Système

(8 points)

1) a) $\delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 3 \times 3 - 2 \times 5 = -1.$

Le déterminant du système est non nul, donc ce système admet une unique solution.

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 6 & (\times -5) \\ 5x + 3y = -2 & (\times 3) \end{cases}$ On obtient alors

$$\begin{array}{r} -15x - 10y = -30 \\ 15x + 9y = -6 \\ \hline -y = -36 \\ y = 36 \end{array}$$

On remplace $y = 36$ dans la première équation,
 $3x + 2 \times 36 = 6$
 $3x = -66$
 $x = -22$

La solution du système est donc : $S = \{(-22; 36)\}$

2) Résoudre les systèmes suivants par la méthode de votre choix

a) $\begin{cases} 2x - y = 1 & (\times 2) \\ -4x + 3y = 7 \end{cases}$ On obtient alors

$$\begin{array}{r} 4x - 2y = -2 \\ -4x + 3y = 7 \\ \hline y = 9 \end{array}$$

On remplace $y = 9$ dans la première équation,
 $2x - 9 = 1$
 $2x = 10$
 $x = 5$

La solution du système est donc : $S = \{(5; 9)\}$

b) $\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}y = 1 & (\times 3) \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5y = 3 & (\times 2) (\times 3) \\ 3x - 2y = 1 & (\times -2) (\times -5) \end{cases}$ On obtient alors

$$\begin{array}{r} 4x - 10y = 6 \\ -15x + 10y = -5 \\ \hline -11x = 1 \\ x = -\frac{1}{11} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6x - 15y = 9 \\ -6x + 4y = -2 \\ \hline -11y = 7 \\ y = -\frac{7}{11} \end{array}$$

La solution du système est donc : $S = \left\{ \left(-\frac{1}{11}; -\frac{7}{11} \right) \right\}$

3) a) $\delta = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{5} \\ \frac{1}{2} & \frac{2}{5} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = 0$

On peut dire que les droites qui constituent le système sont parallèles ou confondues.

b) On calcule les rapports : $\frac{a}{a'} = -\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = -\frac{3}{2}$ et $\frac{c}{c'} = 1 \div \frac{1}{3} = 3$

Comme $\frac{a}{a'} \neq \frac{c}{c'}$ le système n'a pas de solution $S = \emptyset$

EXERCICE 4

Histoire de pirates

(2 points)

On appelle :

- x : le nombre de pirates
- y : le nombre vikings

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} 4x + 3y = 65 & (\times -5) \\ 5x + 7y = 117 & (\times 4) \end{cases} \quad \text{On obtient alors}$$

$$\begin{array}{rcl} -20x - 15y = -325 \\ 20x + 28y = 468 \\ \hline 13y = 143 \\ y = 11 \end{array}$$

On remplace $y = 11$ dans la première équation,
 $4x + 3 \times 11 = 65$
 $4x = 32$
 $x = 8$

Il y avait 8 pirates et 11 vikings à cette fête !