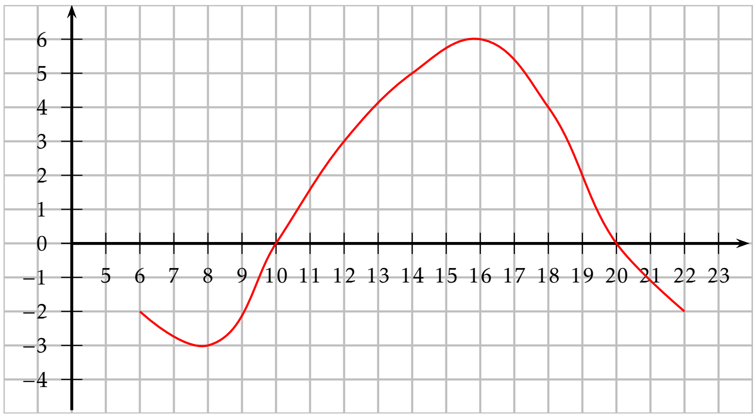
Premières notions sur les fonctions

I- Exemples de fonctions

1) Fonction définie par une courbe

Un capteur a relevé la température sous un abri, de façon continue entre 6h et 22h.
Le relevé est donné sous forme d'un graphique :



1) Indiquer la légende sur chacun des axes.

2) Donner la température à 8h, à 18h.

-
-

3) A quel moment de la journée, la température était-elle de 4°C, de 0°C ?

-
-

4) Comment la machine construit-elle le graphique ?

5) A quels moments de la journée, les relevés ont-ils été effectués ?

Résumé :

T :	Temps (h)	$\longrightarrow$	Temprature (°C)
	x	$\longmapsto$	y
	• x est un antécédent de y		• y est l'image de x
	• se lit sur l'axe des abscisses		• se lit sur l'axe des ordonnées

2) Fonction définie par un tableau de valeurs

Un parc d'attraction propose les tarifs suivants :

nombre de places achetées	1	2	3	4 et plus
prix unitaire en €	21	20	18,5	17

Ici le prix unitaire est une fonction du nombre de places achetées.
Quelles est la variables ? Quelles valeurs peut-elle prendre ?
La variable est le nombre de places achetées, elle peut prendre les valeurs 1 ;2 ;3 ;4 ;5 etc $\cdots$
On dit que l'ensemble $\{1;2;3;4;5;\cdots\}$ est l'ensemble de définition de la fonction.

P :	x	$\longmapsto$	y
	• nbre de places		• prix unitaire

Par lecture du tableau on peut en déduire des images ou des antécédents.
On peut représenter cette fonction à l'aide d'un graphique.

3) Fonction définie par un algorithme

On considère l'algorithme suivant :

- Choisir un nombre compis entre -2 et 4 inclus.
- Elever ce nombre au carré.
- soustraire 3 au résultat obtenu.
- Afficher le résultat.

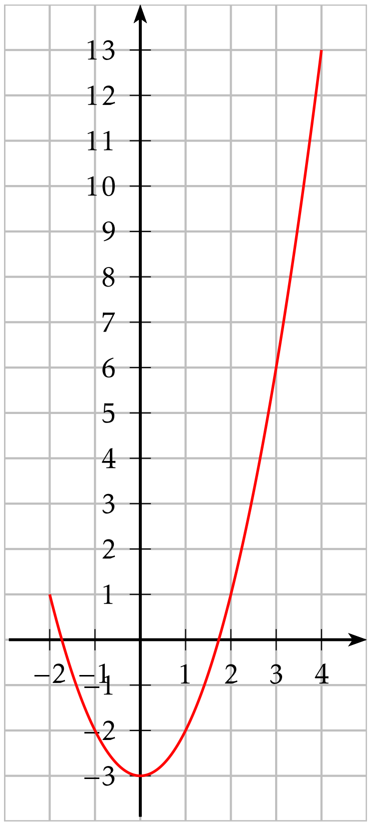
1) Appliquer cet algorithme aux nombres 2 ; 4 ; $\frac{1}{3}$; $\sqrt{2}$ et x.

2) Déterminer en fonction de x l'expression de la fonction notée f associée à cet algorithme.

3) En calculant des images compléter le tableau suivant :

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$													

4) On peut représenter cet fonction par une courbe appelée courbe représentative de f.



II- vocabulaire

1) Définition

Définition

Définir une fonction sur un ensemble $\mathscr{D}$ c'est associer à chaque nombre x de $\mathscr{D}$ un nombre y que l'on note $f(x)$.

$$f: \quad x \quad \longmapsto \quad y = f(x)$$

- x est la variable.
- x décrit $\mathscr{D}$.
- $\mathscr{D}$ est l'ensemble de définition de f.
- x est un antécédent de y par f.
- $f(x)$ est l'image de x par f.

2) Les intervalles de $\mathbb{R}$

a) Définition

Définition

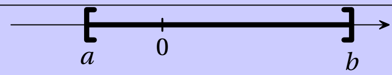
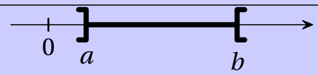
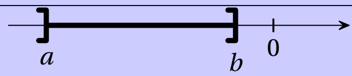
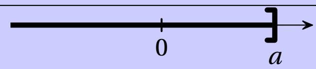
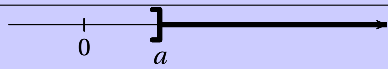
$\mathbb{R}$ est l'ensemble des nombres réels représenté graphiquement par les abscisses de tous les points d'une droite graduée.

Remarque
Parmis les nombres réels on retrouve les nombres entiers, décimaux et rationnels.

b) Notions d'intervalle

Définition

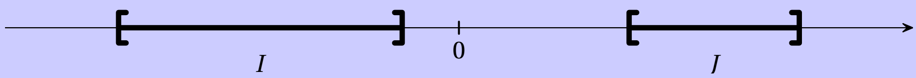
L'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ peut se noter sous la forme d'un intervalle $\mathbb{R} =]-\infty;+\infty[$.
On appelle intervalle de $\mathbb{R}$ l'un des cas suivants :
Soit a et b deux nombres réels tels que $a < b$.

L'intervalle noté	est l'ensemble des nombres réels qui vérifient :	Il est représenté par
$[a;b]$	$a \leqslant x \leqslant b$	
$]a;b[$	$a < x < b$	
$]a;b]$	$a < x \leqslant b$	
$]-\infty;a]$	$x \leqslant a$	
$]a;+\infty]$	$a < x$	

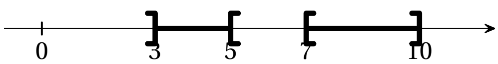
c) Réunion d'intervalles

Définition

Soient I et J deux intervalles de $\mathbb{R}$, on appelle réunion des intervalles I et J et on note $I \cup J$ l'ensemble des nombres réels qui appartiennent à I ou J.



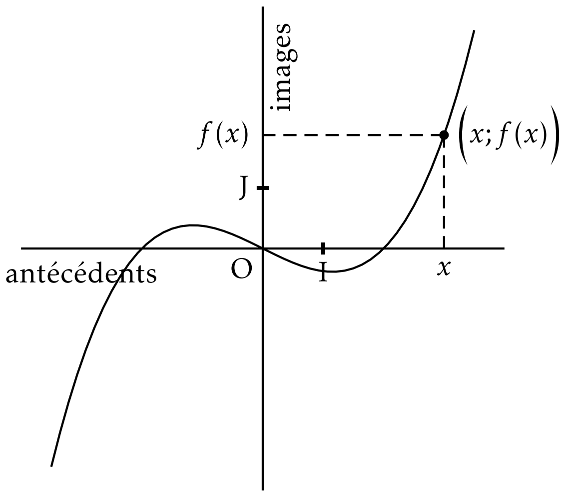
Exemple
$x \in]3;5[\cup [7;10]$ signifie $3 < x < 5$ ou $7 \leqslant x \leqslant 10$.



III- Représentation graphique d'une fonction

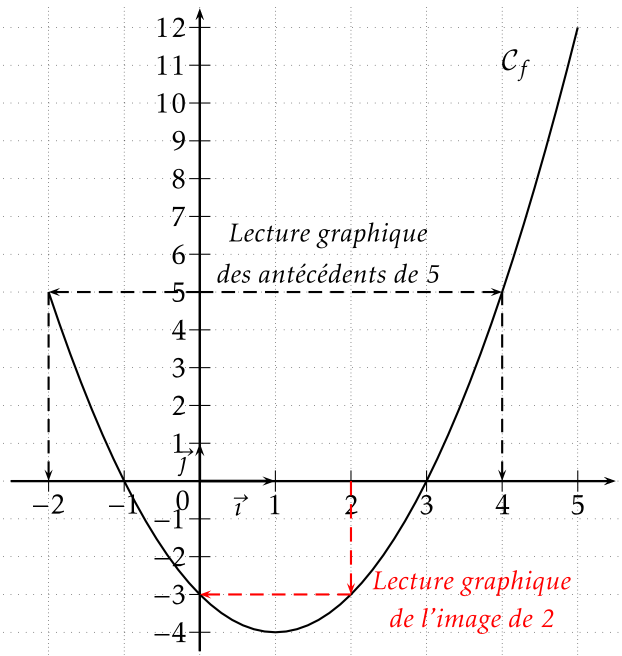
Définition

Soit f une fonction définie sur un ensemble I et $(\mathrm{O},\mathrm{I},\mathrm{J})$ un repère du plan.
La représentation graphique de la fonction f est l'ensemble des points M du plan de coordonnées (x,y) avec $x \in \mathrm{I}$ et $y = f(x)$. Cet ensemble est souvent noté $\mathscr{C}_f$.
On réalise donc un tableau de valeurs pour placer des points.



Exemple
Représenter graphiquement sur $[-5;2]$ la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

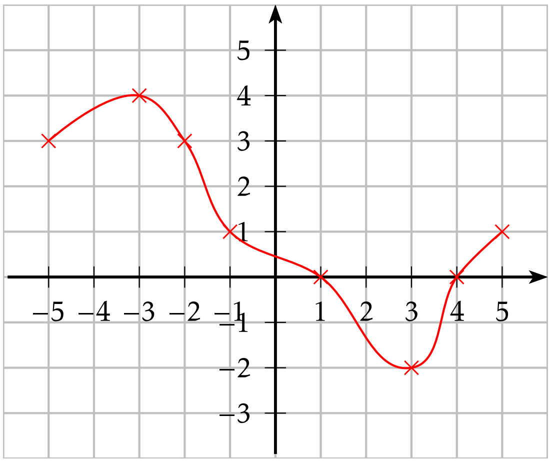
IV- Lire graphiquement une image, un antécédent



V- Résolution graphique d'équations et d'inéquations

1) Equation $f(x) = k$

On a tracé ci-dessous la courbe d'une fonction f.



Quel est son ensemble de définition ?

Existe-t-il des valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 1$?

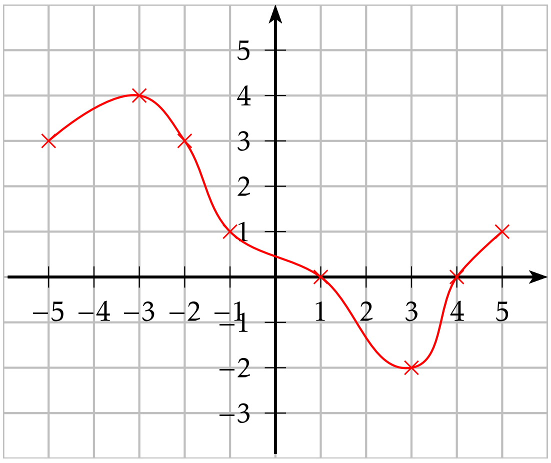
Résoudre graphiquement les équations :

1) $f(x) = 4$

2) $f(x) = 0$

3) $f(x) = -3$

2) Inéquation $f(x) \leq k$, $f(x) > k$ ...



Existe-t-il des valeurs de x pour lesquelles $f(x) \geq 3$?

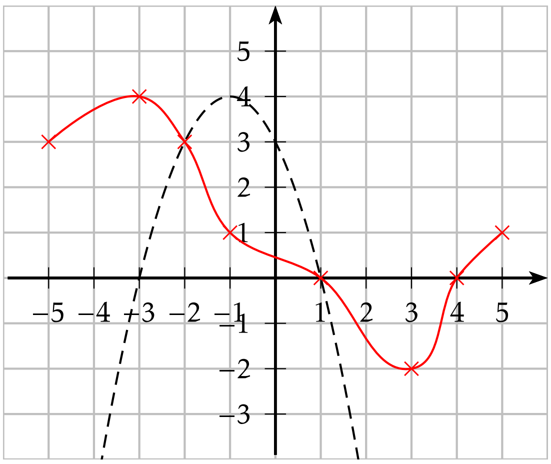
Résoudre graphiquement les inéquations :

1) $f(x) < 1$

2) $f(x) \leq -3$

3) $f(x) \geq 0$

3) Equation $f(x) = g(x)$, inéquation $f(x) \leq g(x)$...



On a tracé en pointillés la courbe représentative d'une fonction g définie sur $\mathbb{R}$.

Existe-t-il des valeurs de x pour lesquelles $f(x) = g(x)$?

Existe-t-il des valeurs de x pour lesquelles $f(x) \leq g(x)$?

Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$.