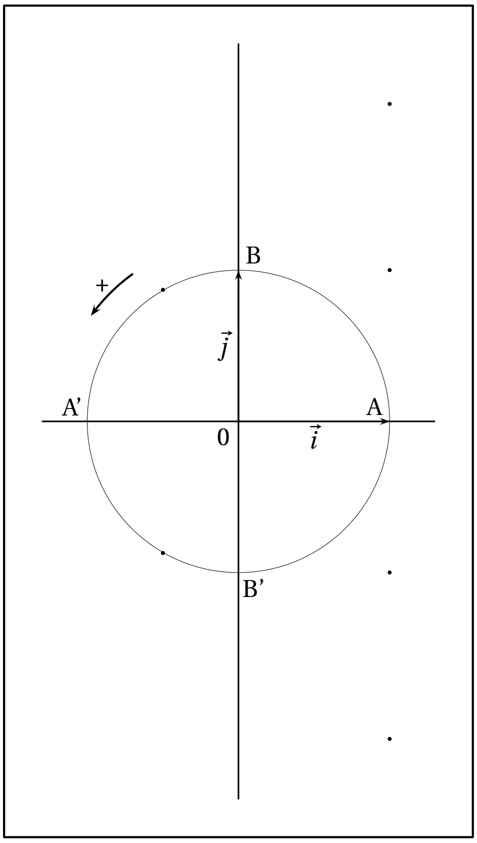
TRIGONOMETRIE

I- Le cercle trigonométrique

1) Correspondance entre les nombres réels et les points du cercle



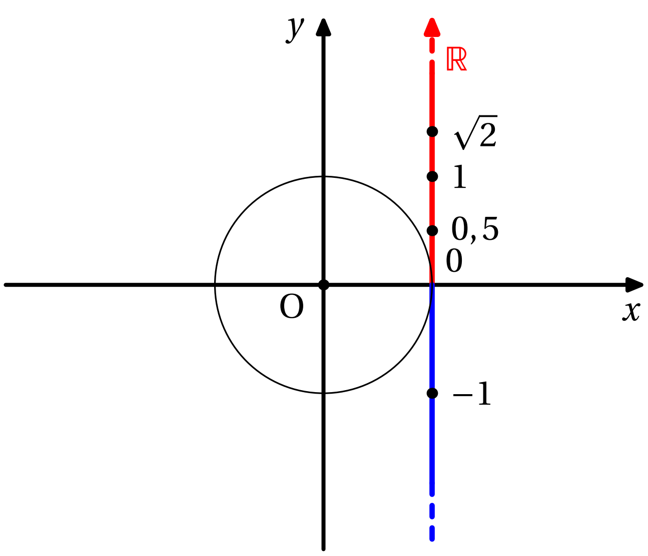
Définition:
Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on appelle **cercle trigonométrique** le cercle de centre O et de rayon 1 orienté dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, appelé **sens direct** ou **sens positif**.
On matérialise la droite des réels par une ficelle tendue en plaçant le zéro sur le point A et les nombres positifs "vers le haut".
Soit t un réel.

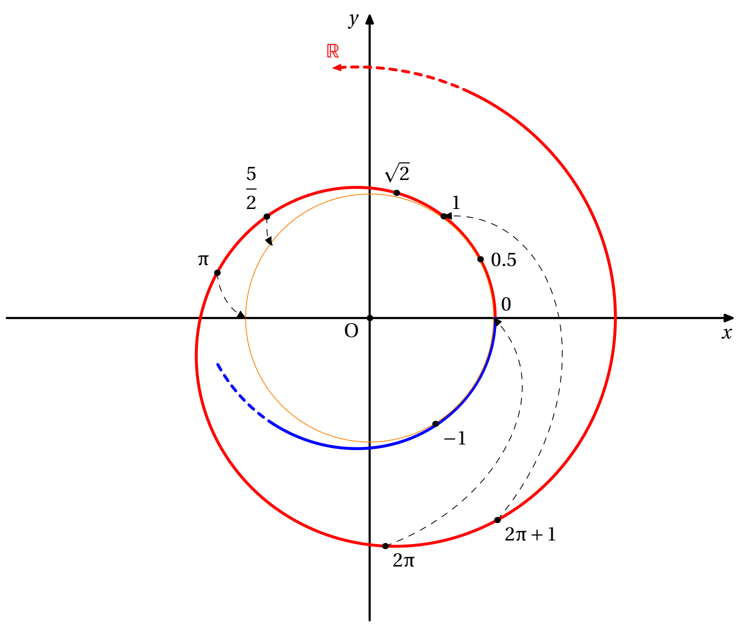
- Si $t \geq 0$, on enroule la ficelle sur le cercle dans le sens positif (quitte à faire plusieurs tours) et t vient se positionner sur un point M du cercle.
- Si $t \leq 0$, on enroule la ficelle dans le sens négatif et t vient aussi se positionner sur un point M du cercle.

Exemple 1:
Déterminer les points du cercle associés aux nombres suivants :

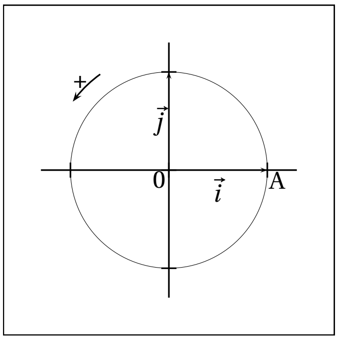
Nombre réel t	0	2π	π	3π	4π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	-2π	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{3\pi}{2}$
Point M associé											

Remarque:





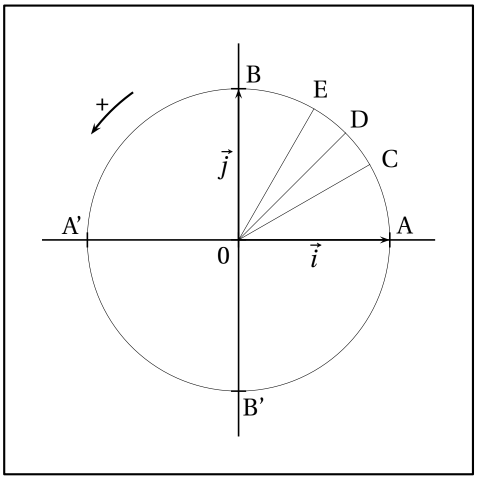
2) Mesure d'un angle orienté en radians



Le radian est une unité de mesure des angles définie de la façon suivante :

Définition:
Soit M un point du cercle trigonométrique. Si t est un nombre réel associé à M, on dit que t est une **mesure en radian** de l'angle orienté $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$.

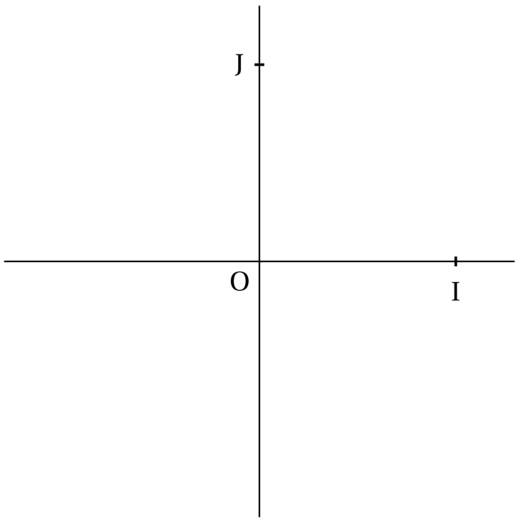
Remarque:



Exemple 2:
Remplir le tableau de correspondance suivant :

Point M	A	C	D	E	B	A′	B′	A
Mesure de $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$ en degrés	0°	30°	45°	60°				
Mesure de $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$ en radians								

Remarque:



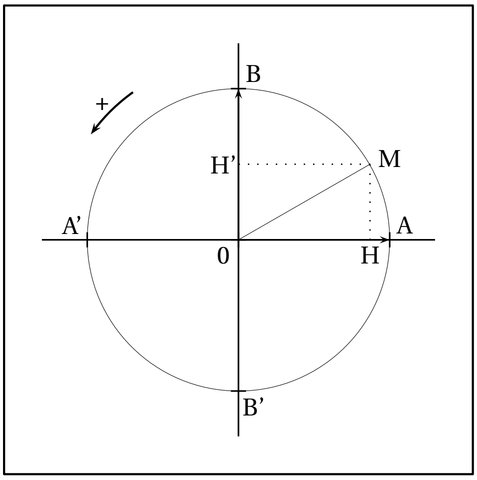
Exemple 3:
1. Dans le repère orthonormé ci-contre, construire avec le compas et la règle uniquement les points du tableau précédent.
2. Répéter la construction dans les trois autres quarts de cercle.
3. Placer les points du tableau suivant :

Point M	F	G	H	I	J	K
Nombre réel t	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{4}$

4. Donner des réels correspondant aux points restants.

II- Les fonctions cosinus et sinus

1) cosinus et sinus d'un angle



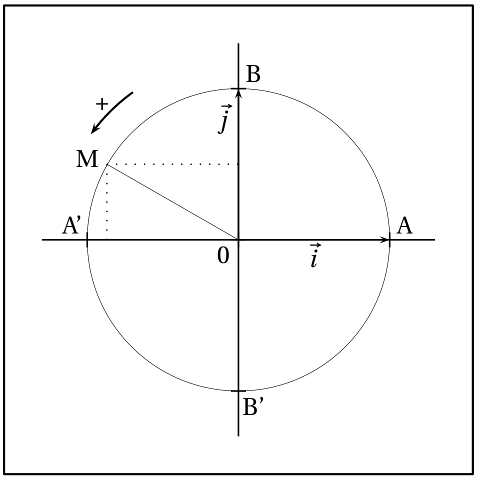
Soit M un point du cercle trigonométrique tel que $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$ appartienne à $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Soit α la mesure de l'angle $\widehat{HOM}$ en degrés.
Dans le triangle HOM, nous connaissons :

$\cos(\alpha) =$

$\sin(\alpha) =$

Nous allons maintenant généraliser la notion de cosinus et sinus à tous les nombres réels.

2) cosinus et sinus d'un réel



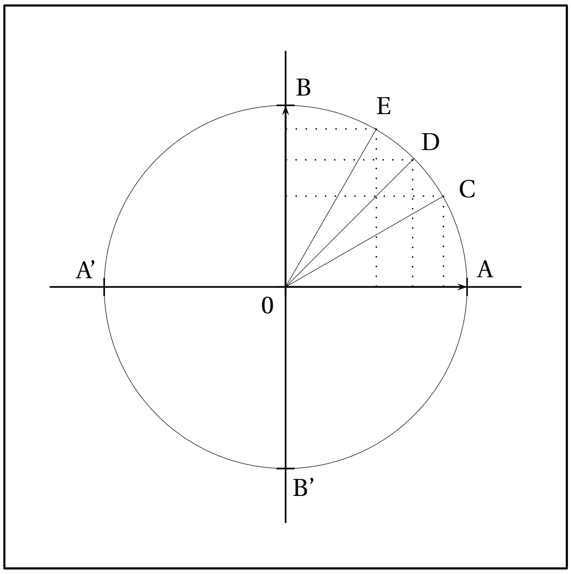
Définition:
Soit t un réel et M le point correspondant sur le cercle trigonométrique.
On appelle **cosinus** de t et on note $\cos(t)$
On appelle **sinus** de t et on note $\sin(t)$

Remarque:
On note parfois $\cos t$ à la place de $\cos(t)$ et $\sin t$ à la place de $\sin(t)$.

3) Propriétés

Propriété:
- Pour tout réel t, on a $\quad \leq \cos t \leq \quad$ et $\quad \leq \sin t \leq$
- Pour tout réel t, on a $(\cos t)^2 + (\sin t)^2 =$

4) Valeurs remarquables



Point M	A	C	D	E	B	A'	B'	A
t								
$\cos t$								
$\sin t$								

Remarque:

Exemple 4:
Déterminer le cosinus et le sinus de x, à l'aide des points placés lors de l'exemple 3.

Point M	F	G	H	I	J	K
x	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{4}$
$\cos x$						
$\sin x$						

III- Résumé

Retenez les valeurs particulières suivantes