Correction de l'épreuve du groupe 1
Mardi 19 avril 2016

Première partie (13 points)

Partie A - Volume de la piscine

1) **Étude graphique**

   a) Le volume pour une largeur de 3 m est de 19 m^3.

   b) La largeur pour un volume de 27 m^3 est de 3,6 m

   c) Si la largeur est comprise entre 4 m et 5 m alors le volume est compris entre 33 m^3 et 51 m^3

2) **Étude algébrique**

   a) $V = \mathscr{A}(\text{ABCD}) \times \text{largeur} = \dfrac{(1,1+1,5)\times 1,6x}{2} \times x = 1,3 \times 1,6\,x^2$

   $= 2,08\,x^2$

   b) $2,08x^2 = 52 \quad\Leftrightarrow\quad x^2 = \dfrac{52}{2,08} = 25 \quad\Leftrightarrow\quad x = 5$

   La largeur de la piscine pour un volume de 52 m^2 est de 5 m.

Partie B - Mise en eau

1) a) $V_{\text{eau}} = \dfrac{(1+1,4)\times 8}{2} \times 5 = 1,2 \times 40 = 48 \text{ m}^3$

   b) 48 m^3 = 48 000 ℓ, le nbre de minutes = $\dfrac{48\,000}{18} \approx 2\,667$.

   On traduit ce nombre en jours, heures, minutes :

$$\begin{array}{r|l} 2667 & 60 \\ \cline{2-2} 267 & 44 \\ 27 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 44 & 24 \\ \cline{2-2} 20 & 1 \end{array}$$

   Soit 1 jour 20 heures et 27 minutes.

2) a) Cela revient à enlever le volume d'eau d'un parallélépipède rectangle de dimension $0,05 \times 8 \times 5$

   $V_{\text{perdu}} = 0,05 \times 8 \times 5 = 2 \text{ m}^3$

b) Pourcentage = $\dfrac{2}{48} \times 100 = 4,2$ %.

3) Le coefficient multiplicateur pour une augmentation de 3 % est de 1,03. Comme il y a 5 augmentations de 3 % successives, l'estimation en 2020 est de :

$$207 \times 1,03^5 \approx 240 \text{ €}.$$

Partie C - Dallage du sol autour de la piscine

1) Soit a la longueur du côté d'une dalle. D'après le schéma a doit diviser 120, 800 et 500. Donc a est un diviseur de d le pgcd de 120, 800 et 500.

$$\text{pgcd}(800,500) = 100 \quad \text{et} \quad \text{pgcd}(120,100) = 10\text{pgcd}(12,10) = 10 \times 2 = 20$$

Donc $d = 20$ et donc a est un diviseur de 20.
a peut prendre les valeurs : 1, 2, 4, 5, 10 et 20

2) a) Soit n le nombre de dalles. Il y a :
- deux bandes de $(800 + 2 \times 120) = 1040$ cm par 120 cm ;
- deux bandes de 500 cm par 120 cm ;

$$n = 2 \times \frac{1040}{20} \times \frac{120}{20} + 2 \times \frac{500}{20} \times \frac{120}{20} = 624 + 300 = 924$$

Il faut utiliser 924 dalles.

b) Comme dans une dalle de 20 cm de côté, on met $4^2 = 16$ dalles de 5 cm de côté, on devra utiliser $16 \times 924 = 14\,784$ dalles de 5 cm de côté.

Deuxième partie (13 points)

Exercice 1

1) a)
- Par le programme 1 : $(2 \times 3 + 3)^2 - 9 = 81 - 9 = 72$
- Par le programme 2 : $3 \times 4 \times (3 + 3) = 12 \times 6 = 72$

b)
- Par le programme 1 :
$$\left(-2 \times \frac{5}{4} + 3\right)^2 - 9 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 9 = \frac{1}{4} - 9 = -\frac{35}{4} = -8,75$$
- Par le programme 2 : $-\dfrac{5}{4} \times 4 \times \left(-\dfrac{5}{4} + 3\right) = -5 \times \dfrac{7}{4} = -\dfrac{35}{4} = -8,75$

2) Soit x le nombre choisi :
- Par le programme 1 : $(2x + 3)^2 - 9 = 4x^2 + 12x + 9 - 9 = 4x^2 + 12x$
- Par le programme 2 : $4x(x + 3) = 4x^2 + 12x$

On obtient bien toujours le même résultat.

3) On a : $4x^2 + 12x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 4x(x+3) = 0$.
On obtient deux solutions : $x = 0$ ou $x = -3$

EXERCICE 2

- **Affirmation 1 fausse** : Contre-exemple $0,5 \times 0,5 = 0,25$
- **Affirmation 2 vraie** :

$$(n+1)^2 - (n-1)^2 = n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1) = n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1 = 4n$$

$(n+1)^2 - (n-1)^2$ est bien un multiple de 4 pour tout entier n.

- **Affirmation 3 fausse** : contre-exemple avec $n = 2$

$(n-1)(n+1) - 1 = (2-1)(2+1) - 1 = 3 - 1 = 2$ qui n'est pas un carré

EXERCICE 3

1) On calcule le nombre total de boule : $3 + 4 + 5 + 7 + 6 = 25$

La probabilité de tirer une boule bleue : $P(B) = \dfrac{7}{25} = 0,28$

2) On rajoute n boules bleues, on doit avoir :

$$\frac{7+n}{25+n} = 0,4 \quad \Leftrightarrow \quad 7 + n = 10 + 0,4n \quad \Leftrightarrow \quad 0,6n = 3 \quad \Leftrightarrow \quad n = \frac{3}{0,6} = 5$$

Il faut donc rajouter au moins 5 boules bleues pour que la probabilité de tirer une boule bleue soit supérieure ou égale à 0,4.

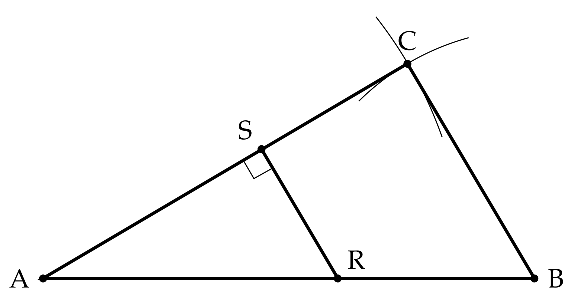
3) On rajoute n boules rouges, on doit avoir :

$$\frac{7}{25+n} = 0,2 \quad \Leftrightarrow \quad 7 = 5 + 0,2n \quad \Leftrightarrow \quad 0,2n = 2 \quad \Leftrightarrow \quad n = \frac{2}{0,2} = 10$$

Il faut donc rajouter au moins 10 boules rouges pour que la probabilité de tirer une boule bleue soit inférieure ou égale à 0,2.

EXERCICE 4

1) On obtient la figure suivante à l'échelle 1/10 :



2) Montrons que le triangle ABC est rectangle en C :

$AB^2 = 65^2 = 4\,225$ et $AC^2 + BC^2 = 56^2 + 33^2 = 3\,136 + 11\,089 = 4\,225$

$AB^2 = AC^2 + BC^2$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore ABC est rectangle en C.

Les droites (RS) et (BC) sont alors parallèles.

3) Dans les triangle ABC, les droites (RS) et (BC) sont alors parallèles donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AS}{AC} = \frac{AR}{AB} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{AS}{56} = \frac{39}{65} \quad \Leftrightarrow \quad AS = 56 \times \frac{39}{65} = 33,6$$

4) $\sin \widehat{ARS} = \dfrac{AS}{AR} = \dfrac{33,6}{39} \quad \Leftrightarrow \quad \widehat{ARS} = \arcsin\left(\dfrac{33,6}{39}\right) \approx 59^\circ$