Correction de l'épreuve du groupe 2
Mercredi 29 avril 2015

Première partie (13 points)

Partie A - Réalisation d'un patron de la pyramide

1) a) Comme la pyramide est à base carrée, DE = DG.

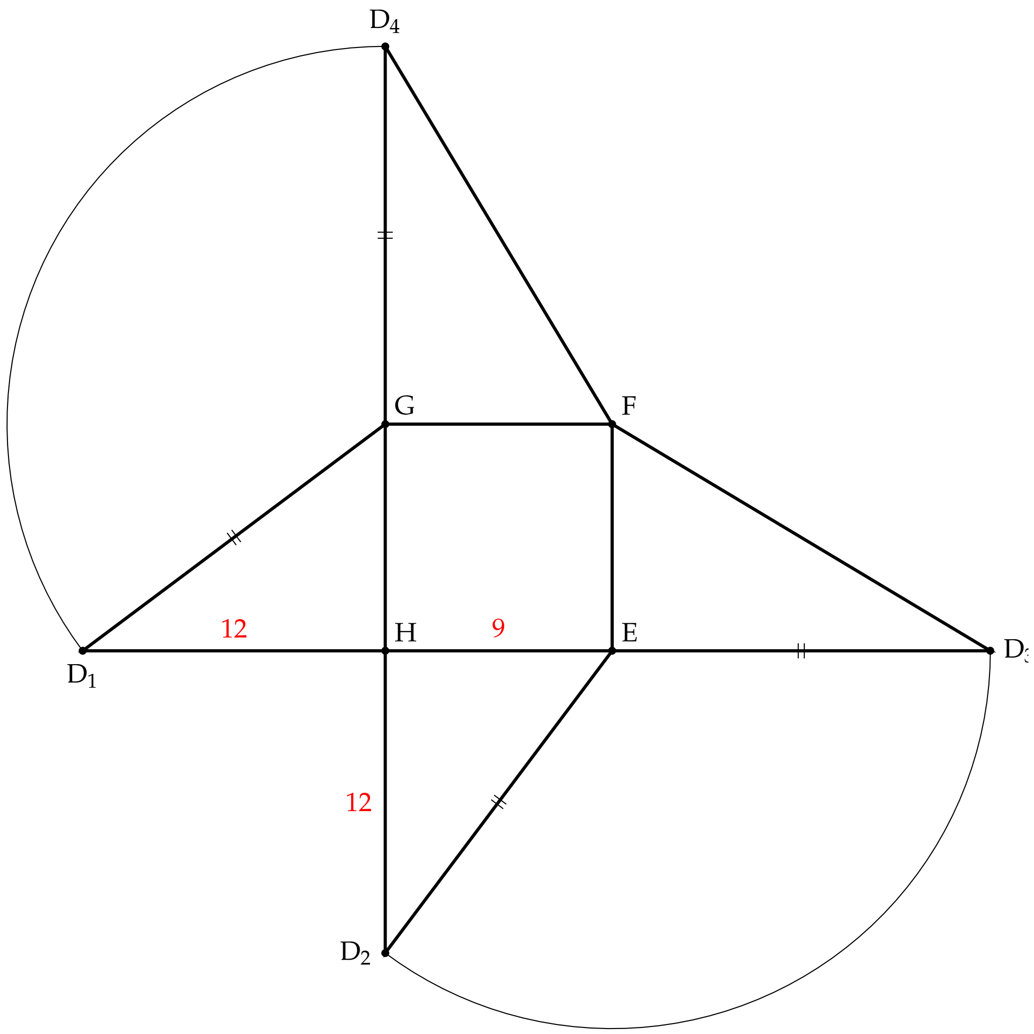
Dans le triangle DHE rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore :

$$\text{DE}^2 = \text{DH}^2 + \text{HE}^2 = 12^2 + 9^2 = 225 = 15^2 \quad \Rightarrow \quad \text{DE} = 15$$

b) La droite (GF) est orthogonale au plan (DHG) donc (GF) est orthogonale à toute droite de (DHG) donc orthogonale à (DG). Le triangle DGF est rectangle ne G.

De même le triangle DEF est rectangle en E.

2) On obtient le patron suivant à l'échelle 1/3 :



Partie B - Étude d'un cas particulier

1) Comme la pyramide DJKLM est une réduction de la pyramide DEFGH, le quadrilatère JKLM est un carré.

2) $\text{JD} = \text{DH} - \text{JH} = 12 - 2 = 10$, le coefficient k de réduction vaut : $k = \dfrac{10}{12} = \dfrac{5}{6}$.

   On a alors : $\text{JK} = \text{JM} = k \times \text{HE} = \dfrac{5}{6} \times 9 = \dfrac{15}{2} = 7,5$ cm.

3) La petite pyramide est remplie de sable blanc donc :

$$B = \frac{1}{3} \times \text{JK} \times \text{JM} \times \text{JD} = \frac{1}{3} \times 7,5^2 \times 10 = 187,5 \text{ cm}^3$$

   Soit V le volume de la grande pyramide :

$$V = \frac{1}{3} \times \text{HE}^2 \times \text{DH} = \frac{9^2 \times 12}{3} = 324 \text{ cm}^3$$

   Par soustraction de V avec B, on obtient le volume de sable rouge :

$$R = V - B = 324 - 187,5 = 136,5 \text{ cm}^3$$

Partie C - Étude du cas général

1) $x \in [0\,;\,12]$

2) a) Pour $x = 5$, on trouve : $B \approx 65 \text{ cm}^3$ et $R \approx 260 \text{ cm}^3$.

   b) Si la hauteur de sable blanc est de 5 cm, alors $x = 12 - 5 = 7$.

   On trouve alors : $B \approx 25 \text{ cm}^3$ et $R \approx 300 \text{ cm}^3$.

   c) Les volumes des deux sables sont égaux si : $2 \leqslant x \leqslant 3$

3) a) $\text{JD} = \text{DH} - \text{JH} = 12 - x$, le coefficient k de réduction est alors : $k = \dfrac{12 - x}{12}$

   Le volume B est alors le volume V multiplié par k^3 :

$$B = \left(\frac{12 - x}{12}\right)^3 \times V = \frac{324}{12^3} \times (12 - x)^3 = \frac{324}{1728}(12 - x)^3 = 0,1875(12 - x)^3$$

   b) Pour $x = 5$, on trouve alors :

$$B = 0,1875 \times (12 - 5)^3 = 64,3125 \text{ cm}^3$$

$$R = V - B = 324 - 64,3125 = 259,6875 \text{ cm}^3$$

Deuxième partie (13 points)

Exercice 1

Conversion de 10 jours en minutes : $10 \times 24 \times 60 = 14\,400$ mn.

Nbre de litres et m^3 écoulés : $3 \times 14\,400 = 43\,200\ \ell = 43,2\ \text{m}^3$.

Cela représente : $43,2 \times 3,5 = 151,20$ €.

Exercice 2

Expérience simplifié du Grand Duc de Toscane.

- Analysons les sommes donnant 7 : $1+6,\ 2+5,\ 3+4$ et leurs symétriques soit 6 scores donnant 7.
- Analysons les sommes donnant 5 : $1+4,\ 2+3$ et leurs symétriques soit 4 scores donnant 5.

Simon a tord. Il a plus de chance d'obtenir 7 que d'obtenir 5.

Exercice 3

On calcule la moyenne $\bar{s}$ des salaires de hommes :

$$\bar{s} = \frac{1250 + 1400 + 1600 + 3200}{4} = \frac{7450}{4} = 1862,50 \text{ €}$$

Soit x le salaire de la nouvelle femme embauchée. On fait alors une moyenne pondérée pour déterminer la nouvelle moyenne des salaires des femmes. Sachant qu'au départ, il y a trois femmes et qu'après la nouvelle embauche, le salaire moyen des femmes est égal à celui des hommes :

$$\frac{3 \times 1700 + x}{4} = 1862,5 \quad \Leftrightarrow \quad 5100 + x = 4 \times 1862,5 \quad \Leftrightarrow \quad x = 7450 - 5100 = 2350$$

Le salaire de la nouvelle embauchée est donc de 2 350 €.

Exercice 4

Soit n le nombre de bouquets que le fleuriste peut constituer.

n doit être un diviseur de 12 et 18, donc n est un diviseur du pgcd de 12 et 18 soit $\text{pgcd}(12, 18) = 6$. Les diviseurs de 6 sont : 1, 2, 3 et 6.

Il y a donc 4 possibilités :

- 1 bouquet de 12 tulipes et 18 roses.
- 2 bouquets de 6 tulipes et 9 roses chacun.
- 3 bouquets de 4 tulipes et 6 roses chacun.
- 6 bouquets de 2 tulipes et 3 roses chacun.