Opérations dans N. Division euclidienne

EXERCICE 1

Définitions et propriétés

1) Définir : calcul mental, calcul réfléchi, calcul automatisé, calcul écrit, calcul approché.
2) Quelles sont les propriétés de l'addition ? Quel est l'opération logique qui représente l'addition ?
3) Quelle est l'opération logique qui représente la soustraction ?
4) Quelles sont les propriétés de la multiplication ? Quelles est la relation entre la multiplication et la géométrie ?
5) Comment peut-on décrire la division à un enfant de CP ?
   Écrire l'égalité correspondant à la division euclidienne.

EXERCICE 2

Opérations posées.

1) Faire les multiplications posées suivantes en vous vérifiant par la preuve par 9 : 35×47 et 934×314.
2) Faire les divisions posées suivantes : $72 \div 3$; $2782 \div 26$; $7805 \div 27$
3) Connaissez-vous plusieurs méthodes pour effectuer une soustraction ?
   Application : effectuez de trois façons différentes la soustraction : $753 - 85$
4) Connaissez vous plusieurs méthodes pour effectuer une multiplication ?
   Application : effectuez de deux façons (autre que la méthode traditionnelle) la multiplication : 35×47
5) Proposer une méthode applicable en grande section de maternelle de : $15 \div 4$

EXERCICE 3

Multiplication et division.

1) Compléter les division à trous suivantes :

$$\begin{array}{ccc|cc} 8 & 1 & . & 5 & 8 \\ \cline{4-5} . & . & . & . & . \\ & & 2 & & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc|cc} 7 & . & 7 & . & 7 \\ \cline{4-5} & 7 & . & 7 & \end{array}$$

2) Compléter les multiplications à trous suivantes :

$$\begin{array}{ccccc} & . & . & . & . \\ \times & & & & 9 \\ \hline 8 & 0 & . & 6 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} & & . & . & . & . \\ \times & & & & . & 9 \\ \hline & 4 & 7 & 5 & . & 7 \\ . & . & . & . & . & . \\ \hline 2 & 0 & 6 & 0 & 3 & 7 \end{array}$$

EXERCICE 4

Divisions

1) Le diviseur est 83, le quotient est 403. Trouver tous les dividendes possibles et les restes associés.
2) Le dividende est 8 592, le quotient est 38. Trouver diviseur et reste associé, y a-t-il plusieurs solutions ? Si oui, exprimer toutes les solutions, sinon justifier votre réponse.

   Peut-on déterminer des nombres entiers naturels de deux chiffres qui divisés par 37, donnent un quotient égal au reste ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 5

Sachant que $428 \times 73 = 31\,244$, calculer sans poser de multiplication en colonne : 428×79 et 427×73.

EXERCICE 6

Sachant que $4728 = 73 \times 64 + 56$, déterminer sans faire les division :

a) 4733 divisé par 73

b) 4748 divisé par 73

c) 4671 divisé par 73

EXERCICE 7

Pour chacune des affirmations suivantes, dites si elle est vraie ou fausse et justifiez votre réponse.

a) Tout multiple de 3 est un multiple de 9.

b) Tout nombre multiple de 5 et de 7 est multiple de 35.

c) Tout nombre divisible par 4 et par 6 est divisible par 24.

d) Tout nombre multiple de 12 est divisible par 4.

e) Tous les nombres premiers sont impairs.

f) A et q sont deux nombres entiers naturels. L'égalité $a = 13q + 18$ montre que q est le quotient de a par 13.

EXERCICE 8

Sans effectuer de division, pourquoi 36 054 est divisible par 18 ?

EXERCICE 9

Un super marché reçoit une livraison de bouteilles. Si l'on compte les bouteilles par 3, 5 ou 7, il en reste toujours 2.
Sachant que le nombre de bouteilles est compris entre 1500 et 1600, combien de bouteilles le supermarché a-t-il reçues ?

EXERCICE 10

Une colonie de vacances, qui accueille au maximum cent enfants, organise une course d'orientation par équipe. Chaque équipe est constituée d'au moins deux enfants.

Les moniteurs souhaiteraient qu'il y ait le même nombre d'enfants dans chaque équipe mais s'ils regroupent les enfants par trois, il en restera deux. S'ils regroupent les enfants par quatre, il en restera un et s'ils regroupent les enfants par cinq, il en restera deux. Finalement, ils réussissent à former plusieurs équipes, toutes avec le même nombre d'enfants.

1) Combien d'enfants y a-t-il dans cette colonie de vacances ?

2) Combien d'équipes sont ainsi formées ?

EXERCICE 11

Un entier naturel n est divisible par 11 si et seulement si la somme des chiffres de rang impair (en partant de la droite) diminué de la somme des chiffres de rang pair est divisible par 11.

Exemples :

6 **4**5**7** est divisible par 11 car $(7+4)-(5+6)=0$.

19 **3**4**6** **7**0**1** est divisible par 11 car $(1+7+4+9)-(0+6+3+1)=11$.

1 9**1**9 **1**9**2** est divisible par 11 car $(2+1+1+1)-(9+9+9)=-22$.

98**7** 6**5**4 **3**2**1** n'est pas divisible par 11 car $(1+3+5+7+9)-(2+4+6+8)=5$.

1) On considère tous les nombres entiers naturels de quatre chiffres différents écrits avec les chiffres 2, 5, 6 et 9.

   Parmi ces nombres déterminez-en un qui est divisible par 11 ?

   Parmi ces nombres déterminez tous les nombres qui sont divisibles par 11 ?

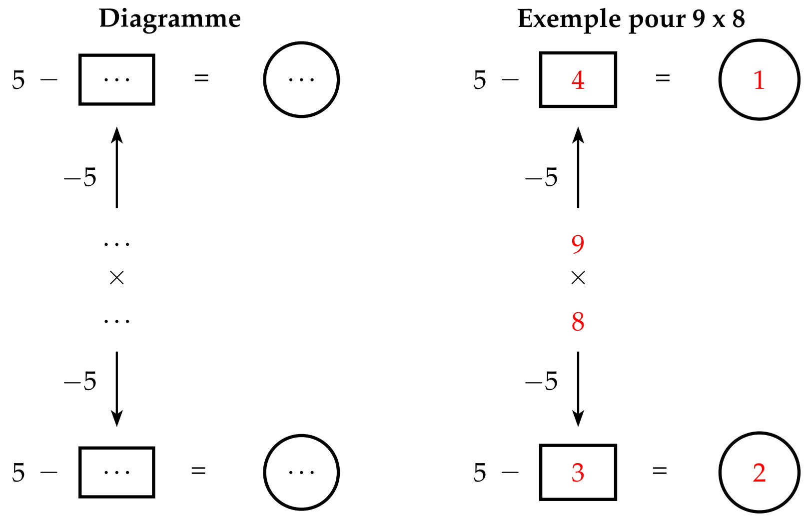
2) On considère tous les nombres entiers naturels de six chiffres différents écrits avec les chiffres 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Parmi ces nombres, existe t–il un nombre qui est divisible par 11 ? Justifiez votre réponse.

EXERCICE 12

Se souvenir de ses tables de multiplication

Voici une méthode pour retrouver les résultats des tables de multiplication quand les deux facteurs sont supérieurs à 5 et que les autres résultats sont connus

- on complète le diagramme suivant (exemple pour 9×8 à droite)
- Ensuite, on ajoute la somme des deux nombres encadrés multipliée par 10 au produit des deux nombres entourés. Dans l'exemple ci-dessus, cela donne :



1) Reproduire le diagramme et le compléter pour 8×7, puis effectuer le calcul.
2) On veut maintenant effectuer le produit $a \times b$.
   a) Reproduire et compléter le diagramme pour le produit $a \times b$.
   b) Montrer que le calcul issu du diagramme s'exprime sous la forme :
   $$10(a+b-10) + (10-a)(10-b)$$
   c) En déduire que le calcul issu du diagramme s'exprime bien sous la forme : $a \times b$.

Exercice 13

Divisibilité par 7

1) **Introduction.**
   Le but de cet exercice est de mettre en évidence et d'utiliser un critère de divisibilité par 7. On rappelle qu'un nombre E est divisible par un nombre entier n si et seulement si il existe un nombre entier k tel que : $E = n \times k$.
   Donner tous les nombres entiers naturels à un et deux chiffres divisibles par 7. Par convention, ajouter 0 à cette liste.
2) **Description et utilisation de la procédure.** Voici deux exemples mettant un œuvre une même procédure permettant de déterminer si un nombre entier naturel est divisible par 7 ou non.

574 est-il divisible par 7 ?

$$\begin{array}{r|l} 57 & 4 \\ -8 & 4\times 2 \\ 49 & \end{array}$$

49 est divisible par 7
donc 574 aussi

827 est-il divisible par 7 ?

$$\begin{array}{r|l} 82 & 7 \\ -\ 14 & 7\times 2 \\ 68 & \end{array}$$

68 n'est pas divisible par 7
donc 827 non plus.

En appliquant la même procédure, dire si les nombres 406, 895 et 3906 sont divisibles par 7.
Rédiger un texte décrivant, dans le cas général, la procédure permettant de déterminer si un nombre entier naturel est divisible par 7.

3) **Justification.**

On décompose tout nombre entier naturel E sous la forme $E = 10v + u$ où v est un nombre entier naturel et u un nombre entier naturel à un chiffre.

Écrire cette décomposition pour les nombres 273 et 1856.

Exprimer en fonction de v et de u le nombre obtenu en appliquant la procédure précédente à un nombre entier naturel E.

Montrer que si un nombre obtenu après application de la procédure est divisible par 7 alors E est divisible par 7.