Les transformations du plan

EXERCICE 1

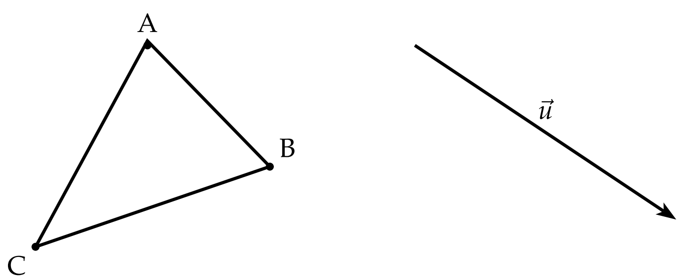
Cours

1) Qu'est ce qu'une transformation du plan ? Donner des exemples.
2) Qu'est ce qu'une isométrie ? Quelles sont les propriétés d'une isométrie ? Comment définit t-on une translation ? Une translation a t-elle des points invariants ? Comment est la droite image d'une droite par une translation ? (envisager 2 cas)
3) Comment définit t-on une rotation ? Comment est la droite image d'une droite par une rotation ?
4) Comment appelle t-on une rotation d'angle 180° ? Comment est la droite image d'une droite par cette isométrie ?
5) Comment définit t-on une symétrie axiale ou orthogonale ? Une symétrie axiale a t-elle des points invariants ? Comment est la droite image d'une droite par une symétrie axiale ? (envisager 4 cas). Quelle est la particularité de la symétrie axiale par rapport aux autres isométries ?
6) Comment définit t-on une homothétie ? Une homothétie est-elle une isométrie ? Si non quelles sont ses propriétés ? Comment est la droite image d'une droite par une homothétie ?
7) Comment peut-on démontrer que 2 triangles sont isométriques ou superposable par une transformation ?

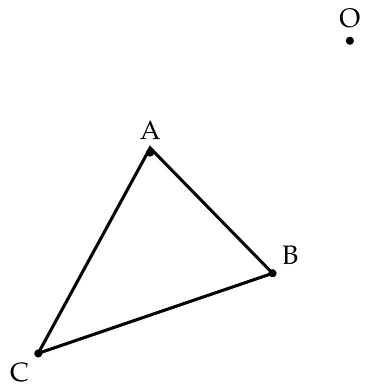
EXERCICE 2

Construction

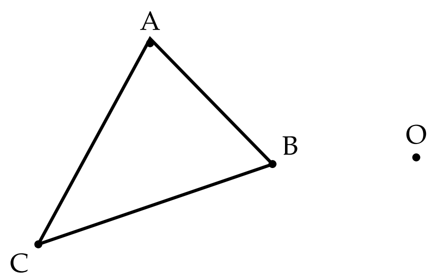
1) Image de ce triangle par un translation de vecteur $\vec{u}$.



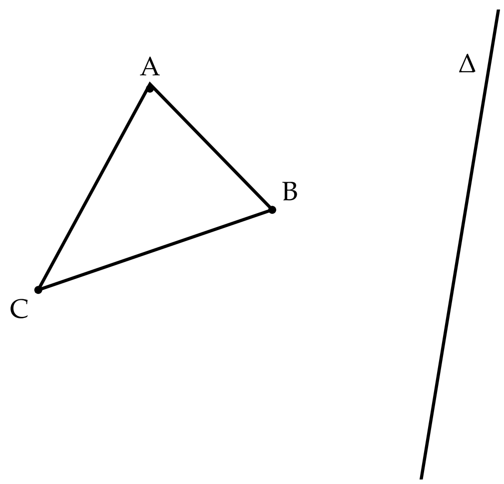
2) Image de ce triangle par une rotation de centre O et d'angle 60° (sens direct).



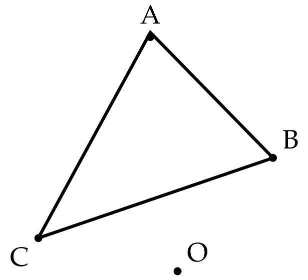
3) Image de ce triangle par une symétrie de centre O.



4) Image de ce triangle par une symétrie orthogonale d'axe Δ



5) Image de ce triangle par une homothétie de rapport 2 et de centre O.



EXERCICE 3

Pavage

Soit ABCD un carré de centre O et de côté 9 cm.
On note I et J les milieux respectifs des côtés [AB] et [BC], puis E et F les points d'intersection de la droite (AC) avec respectivement les droites (DI) et (DJ). La perpendiculaire en E à la droite (AC) coupe (AB) en H ; la perpendiculaire en F à la droite (AC) coupe (BC) en G.
On considère alors le quadrilatère EFGH.

1) **Construction**

   Tracer le carré ABCD et les points I et J..

   Compléter la figure par une construction à la règle et au compas. On laissera apparents les traits de construction.

2) **L'objectif de cette question est de prouver que EFGH est un carré.**

   a) Montrer que le point E est le centre de gravité du triangle ABD.

      En déduire la valeur du rapport $\dfrac{AE}{AO}$ puis prouver que $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{1}{3}$.

   b) Montrer que $AE = 3\sqrt{2}$ cm.

   c) Quelle est la nature du triangle AEH ? Justifier la réponse.

      En déduire que $EH = 3\sqrt{2}$ cm.

   d) On rappelle qu'une diagonale d'un carré est un axe de symétrie de ce carré.

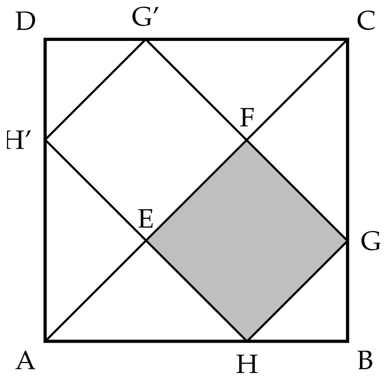
      Indiquer, sans justification, les symétriques respectifs des points E et H par rapport à l'axe (DB). En déduire les longueurs FG, FC puis la longueur EF.

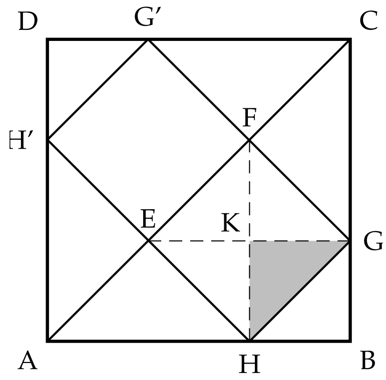
   e) Conclure sur la nature du quadrilatère EFGH. Justifier la réponse.

3) **Recherche d'un pavage commun aux carrés ABCD et EFGH**

   On rappelle que le pavage d'une surface est l'action de couverture totale et sans superposition de cette surface par un nombre entier de « pièces » isométriques.

   Les figures ci-dessous correspondent aux carrés ABCD et EFGH construits dans la question 1.





a) Peut-on paver le carré ABCD à l'aide de carrés isométriques au carré EFGH ? Justifier la réponse.

b) Peut-on paver les carrés EFGH et ABCD à l'aide de triangles isométriques au triangle GHK où K désigne le centre du carré EFGH ? Justifier la réponse.