Les matrices

Durée : 1 heure

```
Aucun document n'est autorisé.
Les deux exercices sont indépendants.
```

Exercice 1

Soit les matrices suivantes : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \frac{1}{11}\begin{pmatrix} -1 & -1 & 6 \\ 2 & 2 & -1 \\ -8 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

a) Calculer le produit BA.

Solution: $BA = \frac{1}{11}\begin{pmatrix} -1 & -1 & 6 \\ 2 & 2 & -1 \\ -8 & 3 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$BA = \frac{1}{11}\begin{pmatrix} -1\times 1 - 1\times 0 + 6\times 2 & -1\times 2 - 1\times 4 + 6\times 1 & -1\times(-1) - 1\times 1 + 6\times 0 \\ 2\times 1 + 2\times 0 - 1\times 2 & 2\times 2 + 2\times 4 - 1\times 1 & 2\times(-1) + 2\times 1 - 1\times 0 \\ -8\times 1 + 3\times 0 + 4\times 2 & -8\times 2 + 3\times 4 + 4\times 1 & -8\times(-1) + 3\times 1 + 4\times 0 \end{pmatrix}$$

$$BA = \frac{1}{11}\begin{pmatrix} 11 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & 0 \\ 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I_3$$

b) Que peut on en déduire pour la matrice A ?

Solution: On en déduit que la matrice A est inversible et que $A^{-1} = B$.

Exercice 2

Cinq étudiants niveau Bac+2 présentent le concours *Passerelle 1* pour intégrer certaines écoles de commerce en première année.
On donne ci-dessous les noms de certaines écoles et les coefficients des épreuves écrites du concours pour chacune d'entre elles (source : *Passerelle*-ESC).

	Synthèse	Anglais	Épreuve au choix	Test Arpège
ESC Grenoble	10	6	12	2
ESC Rennes	8	8	12	2
ESC Montpellier	9	8	9	4
ESC Clermont	8	6	12	4

On donne ci-dessous les notes des épreuves écrite des 5 candidats (on considère par souci de simplification que la note attribuée à chaque épreuve est une note sur 20).

	Éric	**Camille**	**Sofiane**	**Océane**	**Romain**
Synthèse	12	17	15	12	8
Anglais	14	10	20	11	10
Épreuve au choix	8	14	12	10	13
Test Arpège	11	12	8	15	17

a) A l'aide d'un calcul matriciel que vous déterminerez, donner le nombre total de points obtenus par chaque étudiant et par école.

Solution: On note **C** la matrice des coefficients aux différentes épreuves pour chaque école ; les écoles sont placées en lignes dans le même ordre que dans le tableau proposé.
On note **N** la matrice des notes obtenues par chaque candidat aux différentes épreuves ; les candidats sont placés en colonnes dans le même ordre que dans le tableau proposé.

$$\text{On a : } \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 12 & 2 \\ 8 & 8 & 12 & 2 \\ 9 & 8 & 9 & 4 \\ 8 & 6 & 12 & 4 \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{N} = \begin{pmatrix} 12 & 17 & 15 & 12 & 8 \\ 14 & 10 & 20 & 11 & 10 \\ 8 & 14 & 12 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 8 & 15 & 17 \end{pmatrix}$$

On obtient le nombre total de points obtenus par étudiant et par école en faisant le produit $\mathbf{C} \times \mathbf{N}$:

$$\mathbf{C} \times \mathbf{N} = \begin{pmatrix} 322 & 422 & 430 & 336 & 330 \\ 326 & 408 & 440 & 334 & 334 \\ 336 & 407 & 435 & 446 & 337 \\ 320 & 412 & 416 & 342 & 348 \end{pmatrix}$$

Le total des points par étudiant et par école est donc :

	Éric	**Camille**	**Sofiane**	**Océane**	**Romain**
ESC Grenoble	322	422	430	336	330
ESC Rennes	326	408	440	334	334
ESC Montpellier	336	407	435	346	337
ESC Clermont	320	412	416	342	348

Les matrices

b) En déduire la moyenne pondérée sur les 4 épreuves écrites, par étudiant et par école. Arrondir à une décimale.

Solution: Pour chaque école, la somme des coefficients est de 30. La matrice donnant la moyenne pondérée par étudiant et par école est donc : $\frac{1}{30}\mathbf{C} \times \mathbf{N}$.
En arrondissant les termes de cette matrice à une décimale, on obtient :

	Éric	**Camille**	**Sofiane**	**Océane**	**Romain**
ESC Grenoble	10,7	14	14,3	11,2	11
ESC Rennes	10,9	13,6	14,7	11,1	11,1
ESC Montpellier	11,2	13,6	14,5	11,5	11,2
ESC Clermont	10,7	13,7	13,9	11,4	11,6

Formulaire : *La moyenne pondérée $\bar{x}$ est la moyenne d'un certain nombre de valeur x_i affectées des coefficients (ou poids) C_i.*

$$\bar{x} = \frac{1}{C}\sum_{i=1}^{k} C_i x_i \text{ où } C = \sum_{i=1}^{k} C_i$$