

COLORATION

Nous considèrerons les graphes non orientés.

1 Notion de sous-graphe

Définitions 1

- Un **sous-graphe** d'un graphe G est un graphe constitué de certains sommets de G et de toutes les arêtes qui les relie.
- Un sous-graphe **stable** est un sous-graphe sans arête.

2 Nombre chromatique

Définitions 2

- **Colorer** un graphe consiste à affecter une couleur à chacun des sommets de sorte que deux sommets adjacents ne soient pas de la même couleur.
- Le **nombre chromatique** d'un graphe G est le nombre minimal de couleurs nécessaires pour le colorer. On le note $\chi(G)$.

3 Encadrement du nombre chromatique

Propriétés :

- Le nombre chromatique χ d'un graphe G est inférieur ou égal à $r+1$, où r est le plus grand degré des sommets.

$$\chi(G) \leq r + 1$$

- Le nombre chromatique χ d'un graphe G est supérieur ou égal à l'ordre n du sous-graphe complet le plus grand de G .

$$\chi(G) \geq n$$

4 Algorithme de coloration

Algorithme de Welsh-Powell

```

Entrées   Graphe  $G$  avec ses sommets
Sorties   Ensemble des sommets et les couleurs qui leur sont affectées
Traitement Dresser le tableau des degrés des sommets de  $G$  en rangeant les sommets
           par ordre de degrés décroissants. Si deux sommets devaient avoir le même
           degré, l'ordre importe peu.
           Tant que tous les sommets de  $G$  ne sont pas colorés faire
           | Affecter une nouvelle couleur à la variable COLOR
           | Colorer avec COLOR le premier sommet du tableau non encore coloré
           | Dans la liste des sommets, colorer successivement avec COLOR tous
           | les sommets de  $G$  non encore colorés et qui ne sont pas adjacents à
           | un sommet coloré avec COLOR.
           Fin Tant que
           Afficher les sommets et leurs couleurs.

```

Cet algorithme couramment utilisé permet d'obtenir une assez bonne coloration d'un graphe, c'est à dire une coloration n'utilisant pas un trop grand nombre de couleurs. Cependant, il n'assure pas que le nombre de couleurs utilisées soit minimum (et donc égal au nombre chromatique du graphe).