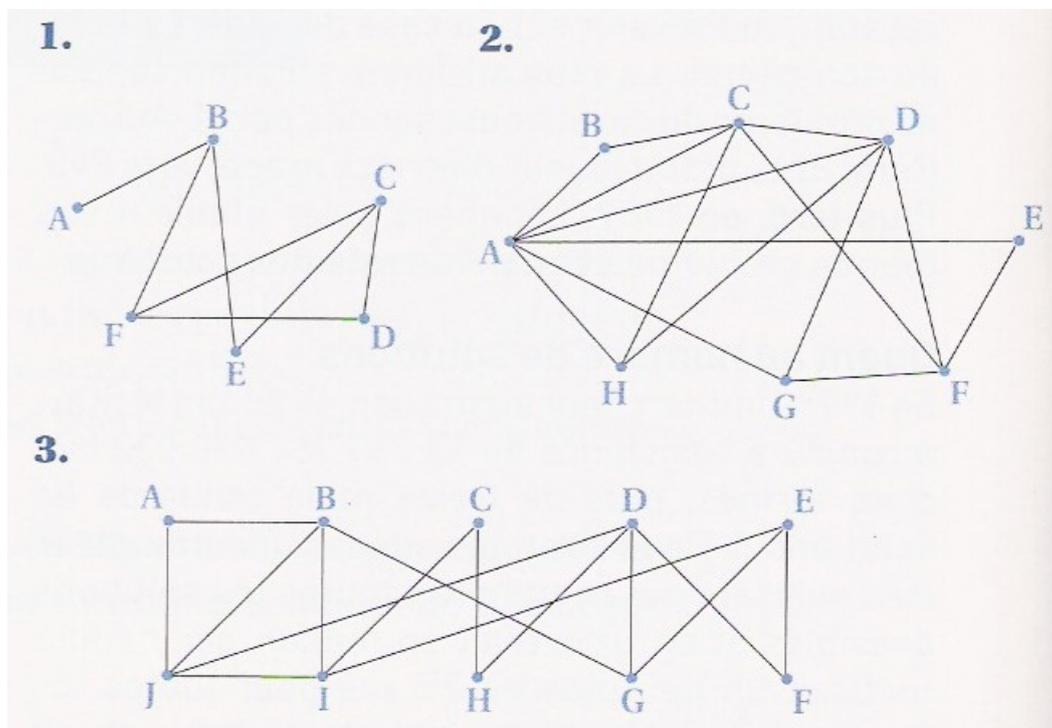


Exercice I

Pour chacun des graphes ci-dessous, déterminer l'ordre du graphe, le degré de chacun des sommets, puis par le calcul le nombre d'arêtes du graphes.



Solution: Le graphe n°1 a 6 sommets, il est donc d'ordre 6.

Sommet	A	B	C	D	E	F
Degré	1	3	3	2	2	3

D'après la propriété de la somme des degrés stipulant que la somme des degrés des sommets d'un graphe non orienté est égale au double du nombre d'arêtes, nous avons ici :

$$\text{Nombre d'arêtes} : \frac{(1+3+3+2+2+3)}{2} = 7$$

Le graphe n°2 a 8 sommets, il est donc d'ordre 8.

Sommet	A	B	C	D	E	F	G	H
Degré	6	2	5	5	2	4	3	3

D'après la propriété de la somme des degrés stipulant que la somme des degrés des sommets d'un graphe non orienté est égale au double du nombre d'arêtes, nous avons ici :

$$\text{Nombre d'arêtes} : \frac{(6+2+5+5+2+4+3+3)}{2} = 15$$

Le graphe n°3 a 10 sommets, il est donc d'ordre 10.

Sommet	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Degré	2	4	2	4	3	2	3	2	4	4

D'après la propriété de la somme des degrés stipulant que la somme des degrés des sommets d'un graphe non orienté est égale au double du nombre d'arêtes, nous avons ici :

$$\text{Nombre d'arêtes} : \frac{(2+4+2+4+3+2+3+2+4+4)}{2} = 15$$

Exercice II

On souhaite organiser un tournoi entre 7 équipes de volley-ball de telle manière que chaque équipe en rencontre 5 autres.

- Une telle organisation est-elle possible ?
- Que dire si chaque équipe doit en rencontrer quatre autres ?

Solution:

a. En termes de graphes, cela reviendrait à construire un graphe de 7 sommets dont chaque sommet correspondrait à une équipe de volley-ball. Comme chaque équipe doit en rencontrer 5 autres, alors chaque sommet serait de degré 5. D'après la propriété de la somme des degrés, on devrait avoir la somme des degrés des sommets égale au double de nombre d'arêtes, or dans notre cas, cette somme est égale à 35, ce qui est donc impossible, ce nombre n'étant pas pair. Une telle organisation n'est donc pas possible.

b. En terme de graphes, cela reviendrait à construire un graphe d'ordre 7, dont chaque sommet serait de degré 4. La somme des degrés des sommets du graphe serait donc égale à 28, ce qui est possible d'après la propriété de la somme des degrés.

Une telle organisation est donc possible.

