

Autres exercices sur les probabilités conditionnelles

EXERCICE 1

Problème d'un juge

Un juge au tribunal doit juger de la culpabilité d'une compagnie de taxis bleus. Un soir de brouillard, un taxi a percuté un piéton qui traversait la rue dans son bon droit puis a pris la fuite. Un témoin affirme que le taxi était bleu et c'est sur la base de ce témoignage que le procès a été instruit. Or dans la ville, deux compagnies se partagent le marché : "les taxis bleus" et les "les taxis verts". La compagnie les taxis verts possède 90 % de part de marché.

On demande au témoin d'effectuer des tests de reconnaissance de couleurs pour mesurer la fiabilité de son témoignage. Il s'avère qu'il est fiable dans 90 % des cas pour la couleur bleue et 80 % des cas pour la couleur verte.

Le juge doit-il condamner la compagnie des taxis bleus ?

EXERCICE 2

Amérique du Nord juin 2017

Un entrepreneur décide d'installer un logiciel anti-spam, Ce logiciel détecte les messages indésirables appelés spams (messages malveillants, publicités, etc.) et les déplace dans un fichier appelé « dossier spam ». Le fabricant affirme que 95 % des spams sont déplacés. De son côté, l'entrepreneur sait que 60 % des messages qu'il reçoit sont des spams. Après installation du logiciel, il constate que 58,6 % des messages sont déplacés dans le dossier spam.

Pour un message pris au hasard, on considère les événements suivants :

- D : « le message est déplacé » ;
- S : « le message est un spam ».

- 1) Calculer $P(S \cap D)$.
- 2) On choisit au hasard un message qui n'est pas un spam. Montrer que la probabilité qu'il soit déplacé est égale à 0,04.
- 3) On choisit au hasard un message non déplacé. Quelle est la probabilité que ce message soit un spam ?