

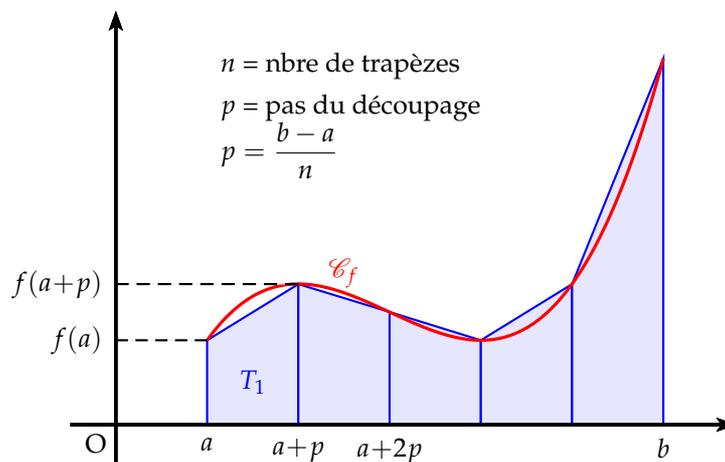
Calcul d'intégrale : méthode des trapèzes

Algorithme

1 Intégrale : méthode des trapèzes

1.1 La méthode

Nous avons vu l'approche d'une aire sous une courbe à l'aide de la méthode des rectangles. On peut améliorer la vitesse de convergence de l'approximation en remplaçant les rectangles par des trapèzes.



Aire du 1^{er} trapèze : $T_1 = \frac{(\text{Grande base} + \text{Petite base}) \times \text{hauteur}}{2} = \frac{[f(a) + f(a+p)] \times p}{2}$

On incrémente ensuite p pour calculer les aires des trapèzes suivants.

L'approximation est alors : $\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n T_i$ somme des aires des trapèzes

1.2 L'algorithme

En langage Python 

- On définit la fonction à intégrer.
- On définit la fonction $A(a,b,n)$ qui calcule un approximation de l'intégrale, en découpant l'intervalle en n parties

- qui calcule le pas et initialise s à zéro.
- à chaque boucle, rajoute l'aire du trapèze :

$$T_i = \frac{[f(a) + f(a+p)]p}{2}$$

- puis incrémente a .

```

from math import *
def f(x):
    return f(x)
def A(a,b,n):
    p=(b-a)/n
    s=0
    for i in range(n)
        s=s+(f(a)+f(a+p))*p/2
        a+=p
    return s

```

Vitesse de convergence : la méthode des trapèzes converge bien plus vite que la méthode des rectangles. Par exemple, le tableau donnant les approximations de l'aire sous la parabole d'équation $y = x^2$ entre les abscisses 0 et 1.

n	Rectangles	Trapèzes
5	0,24	0,34
20	0,308 75	0,333 75
100	0,328 35	0,333 34
1000	0,332 83	0,333 33

Avec 20 itérations, la méthode des trapèzes approche la valeur exacte $\frac{1}{3}$ à 10^{-3} , tandis que la méthode des rectangles atteint cette précision avec 1 000 itérations!!

```
def f(x):  
    return x**2  
def A(a,b,n):  
    p=(b-a)/n  
    s=0  
    for i in range(n):  
        s=s+p*f(a)  
        a+=p  
    return s
```

méthode des rectangles

```
def f(x):  
    return x**2  
def A(a,b,n):  
    p=(b-a)/n  
    s=0  
    for i in range(n):  
        s=s+(f(a)+f(a+p))*p/2  
        a+=p  
    return s
```

méthode des trapèze