Séance révision géométrie dans l'espace du 20 avril 2022

Exercice 1

QCM

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, soit les points A(1 ; 0 ; 2), B(2 ; 1 ; 0), C(0 ; 1 ; 2) et la droite Δ dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2+t \\ z = 4-t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

1) Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite Δ ?

Réponse A : $M(2\,;\,1\,;\,-1)$; **Réponse B :** $N(-3\,;\,-4\,;\,6)$;
Réponse C : $P(-3\,;\,-4\,;\,2)$; **Réponse D :** $Q(-5\,;\,-5\,;\,1)$.

2) Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ admet pour coordonnées :

Réponse A : $\begin{pmatrix} 1,5 \\ 0,5 \\ 1 \end{pmatrix}$; **Réponse B :** $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$;

Réponse C : $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ **Réponse D :** $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

3) Une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

Réponse A : $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ **Réponse B :** $\begin{cases} x = 2-t \\ y = 1-t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Réponse C : $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ **Réponse D :** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 2-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

4) Une équation cartésienne du plan passant par le point C et orthogonal à Δ est :

Réponse A : $x-2y+4z-6=0$; **Réponse B :** $2x+y-z+1=0$;
Réponse C : $2x+y-z-1=0$; **Réponse D :** $y+2z-5=0$.

5) On considère le point D défini par : $\overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.

Réponse A : $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires ;

Réponse B : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$;

Réponse C : D a pour coordonnées $(3\,;\,-1\,;\,-1)$;

Réponse D : les points A, B, C et D sont alignés.

EXERCICE 2

Cube

On considère le cube ABCDEFGH donné en annexe.
On donne trois points I, J et K vérifiant :

$$\overrightarrow{EI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EH}, \qquad \overrightarrow{EJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EF}, \qquad \overrightarrow{BK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BF}$$

Soit la figure ci-dessous, à compléter.
On se place dans le repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.

1) Placer les points I, J et K sur la figure.
   Donner sans justification les coordonnées des points I, J et K.
2) Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{AG}$ est normal au plan (IJK).
3) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (IJK) est $4x + 4y + 4z - 5 = 0$.
4) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (BC).
5) En déduire les coordonnées du point L, point d'intersection de la droite (BC) avec le plan (IJK).
6) Sur la figure placer le point L puis construire la section du plan (IJK) avec le cube ABCDEFGH.
7) Soit $M\left(\frac{1}{4}\,;\,1\,;\,0\right)$. Montrer que les points I, J, L et M sont coplanaires.