Séance révision fonction

EXERCICE 1

QCM

1) Que vaut $\lim\limits_{x \to +\infty} = \dfrac{e^x + 1}{e^x - 1}$

a) -1 b) 1 c) $+\infty$ d) n'existe pas

On appelle primitive d'une fonction f, la fonction F telle que $F' = f$.

2) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 e^{-x^2}$.
Si F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$:

a) $F(x) = -\dfrac{1}{6}(x^3 + 1)e^{-x^2}$

b) $F(x) = -\dfrac{1}{4}x^4 e^{-x^2}$

c) $F(x) = -\dfrac{1}{2}(x^2 + 1)e^{-x^2}$

d) $F(x) = -x^2(3 - 2x^2)e^{-x^2}$

3) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{2x+1}$.
La seule primitive F de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0) = 1$ est la fonction :

a) $f(x) = 2e^{2x+1} - 2e + 1$

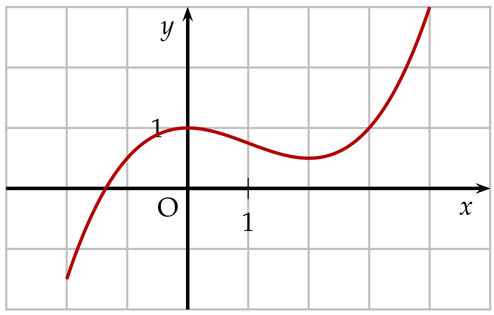
b) $f(x) = 2e^{2x+1} - e$

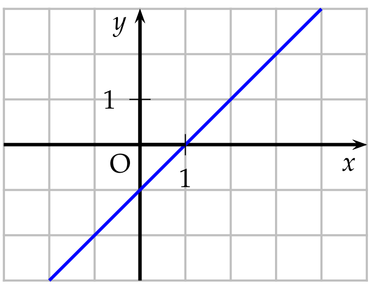
c) $f(x) = \dfrac{1}{2}e^{2x+1} - \dfrac{1}{2}e + 1$

d) $f(x) = e^{x^2+x}$

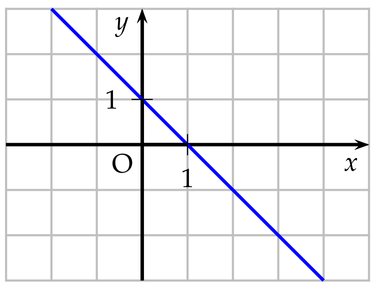
4) Soit la courbe $\mathscr{C}_f$ d'un fonction f définie et deux fois dérivable sur $[-2\,;4]$.

Parmi les courbe suivantes laquelle représente la fonction f'' ?

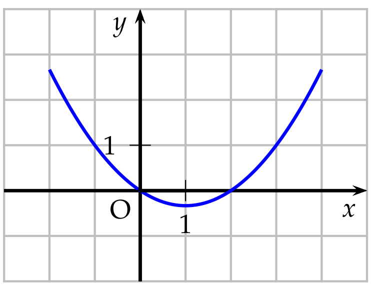




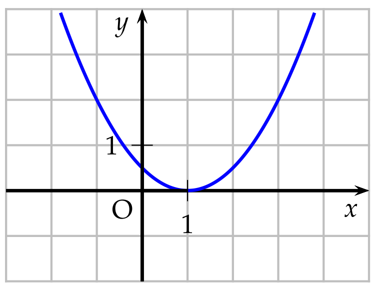
a.



b.



c.



d.

EXERCICE 2

Centres Étrangers sujet 2 mai 2022

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = x\ln x + 1$.

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

1) Déterminer la limite de la fonction f en 0 ainsi que sa limite en $+\infty$.

2) a) On admet que f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et on notera f' sa fonction dérivée. Déterminer $f'(x)$ pour $x \in]0\,;+\infty[$.

   b) En déduire le tableau de variation de la fonction f sur $]0\,;+\infty[$. On y fera figurer la valeur exacte de l'extremum de f sur $]0\,;+\infty[$ et les limites.

   c) Justifier que pour tout $x \in]0\,;\,1[$, $f(x) \in]0\,;\,1[$.

3) a) Déterminer une équation de la tangente (T_1) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

   b) Étudier la convexité de la fonction f sur $]0\,;+\infty[$.

   c) En déduire que pour tout réel x strictement positif : $f(x) \geqslant x$.

4) On définit la suite (u_n) par son premier terme u_0 élément de l'intervalle $]0\,;1[$ et pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

   a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < 1$.

   b) Déduire de la question 3. c) la croissance de la suite (u_n).

   c) En déduire que la suite (u_n) est convergente.