Chapitre 10
La relativité du temps

Table des matières

1 L'invariance de la vitesse de la lumière 2

2 La relativité du temps 2

3 La dilatation des temps 3

4 Comment retrouver la formule de dilatation du temps 5

5 Exercices d'application 5
5.1 Événements simultanées 5
5.2 Temps propre et temps impropre 6
5.3 Contraction des longueurs 7

1 L'invariance de la vitesse de la lumière

Postulat d'Einstein : La vitesse de la lumière c dans le vide est constante dans tout référentiel galiléen. c est une constante fondamentale de la physique.

$$c = 299\,792\,458 \text{ m.s}^{-1}$$

Dans les exercices on prendra : $c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

Remarque : L'idée de l'invariance de la vitesse de la lumière a commencé en 1879, année de naissance d'Albert Einstein, par l'expérience de Michelson. À l'époque on supposait que la lumière se propageait dans une substance, l'éther, qui était rigoureurement immobile et qui pouvait alors servir de référentiel de référence. Comme la Terre se déplace dans ce référentiel absolu, Michelson eu l'idée de mesurer le temps de parcours d'un signal dans le sens du déplacement de la Terre et dans le sens transversal. L'expérience fut répétée de nombreuses fois et l'on ne put déceler un décalage de temps.

Exemple : Une navette spatiale se rapproche puis s'éloigne de la Terre à une vitesse de valeur v. Un flash lumineux est émis de la partie avant de la navette lorsqu'elle se rapproche de la Terre puis de la partie arrière lorsqu'elle s'éloigne de la Terre.
La valeur de la vitesse de ces impulsions est égal à c dans les deux cas pour un observateur terrestre du fait de l'invariabilité de la vitesse de la lumière.

Question : La célérité de la lumière est-elle égale à c dans tous les milieux et tous les référentiels
Faux : La célérité de la lumière n'est égale à c uniquement dans le vide et dans un référentiel galiléen.

2 La relativité du temps

Relativité du temps : Dans la théorie de la relativité, un événement qui possède une durée et qui a lieu dans un point de l'espace donné, n'est pas « senti » de la même manière de la part d'un observateur qui se trouve dans un autre référentiel galiléen que le référentiel galiéen dans lequel a lieu l'événement. Le temps n'est plus absolu. Un référentiel est associée à une horloge qui lui est propre. Deux événements simultanés dans un référentiel ne le sont pas s'ils sont mesurés par une horloge liée à un autre référentiel.

Remarque : Eintein était géné par le fait, que d'un côté, la vitesse de la lumière doit être invariante et, que de l'autre, cette invariance viole les règles habituelles d'addition des vitesses. Il passa la plus grande partie de l'année 1905 à résoudre ce problème. Enfin, il eut l'idée : « Le temps ne peut pas être défini d'une façon absolue et il y a une relation inséparable entre le temps et la vitesse d'un signal. Avec ce nouveau concept, je pourrai résoudre toutes les difficultés. . . ». Au bout de cinq semaines, la théorie de la relativité restreinte était achevée.

Lorsque l'on voit le Soleil, on le voit, en fait tel qu'il était 8,3 minutes auparavant. Les étoiles, dans une photo du ciel nocturne ne sont pas toutes là au moment de la prise de la photo, bien que leur lumière, continue à nous parvenir ; certaines d'entre-elles que nous « voyons » à ce moment-là n'existe plus depuis longtemps : une étoile qui se trouve à 100 années-lumière est vue telle qu'elle était il y a cent ans lorsque la lumière que nous recevons maintenant a quitté cette étoile. Si certaines de ces choses nous semblent étranges, c'est parce que nous avons toujours pensé que nous voyons les choses à l'instant même, comme si $c = \infty$, mais en réalité, c'est faux.

Événements simultanés : Deux événements, qui ont lieu en deux points différents de l'espace, sont simultanés si un observateur situé à mi-chemin entre les deux points (plan médiateur) reçoit en même temps deux signaux lumineux émis de ces points lors de ces événements.

Remarque : La simultanéité absolue n'existe pas : deux événéments distants, qui sont simultanés pour un observateur à mi-distance dans un référentiel galiléen, ne le sont pas nécessairement pour un autre observateur également placé à mi distance, mais dans un autre référentiel galiléen.

3 La dilatation des temps

Temps propre et temps impropre

- On appelle **temps propre** T_0, le temps mésuré pour une horloge qui est fixée au référentiel dans lequel les événements ont lieu
- On appelle **temps impropre (ou mesuré ou apparent)** T le temps mesuré par une horloge qui est fixée à un référentiel en mouvement rectiligne uniforme avec une vitesse v par rapport au référentiel dans lequel ont lieu les événements.

Dilatation des temps. Soient T_0 le temps propre et T le temps impropre d'un événement. La relation entre ces deux temps est telle que :

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

où v est la vitesse du référentiel où l'on mesure T et c la vitesse de la lumière dans le vide.

Il y a dilatation du temps car T est toujours plus grand que T_0

On pose γ le coefficient de Lorentz ou de dilatation tel que :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad \text{d'où} \qquad T = \gamma\, T_0$$

Remarque : Le phénomène de dilatation du temps a été confirmé expérimentalement en 1941 en observant la désintégration des muons. La durée de vie Δt_m des muons à la vitesse v (temps mesuré) est liée à sa durée de vie au repos Δt_p (temps propre) par la relation relativiste :

$$\Delta t_m = \gamma\, \Delta t_p \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$$

Exemple : Dans la vie courante.
Un voyage TGV dure 1h57 entre Paris et Lyon, pour un voyageur voyageur dans le train, roulant à 320 km.h^{-1}.

a) Quelle est cette durée pour un observateur fixe au bord de la voie ?
b) La SNCF doit-elle tenir compte de la différence des durées pour afficher ses horaires

a) Le temps donné est le temps du voyageur donc le temps propre :
T_0 = 1h57 = 7 020 s.
La vitesse relative entre les deux référentiels est : $v = 320$ km.h^{-1} = 88,9 m.s^{-1}
On prend $c = 3,0 \times 10^8$ m.s^{-1}
Le temps T pour un observateur fixe au bord de la voie vaut alors :

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{7\,020}{\sqrt{1 - \dfrac{88,9^2}{(3,0 \times 10^8)^2}}} = 7\,020{,}000\,000\,000\,3$$

soit 0,3 ns de différence.
b) Vu cet écart infinitésimal, la SNCF n'a pas lieu de modifier ses horaires !

Exemple : Avec une vitesse proche de *c*
Une certaine espèce de bactérie double sa population tous les 20 jours. Deux bactéries sont placées dans un engin spatial et envoyées dans l'espace. La vitesse de l'engin spatial est $v = 0,995\,c$.

a) Quelle est la durée mesurée sur Terre qui correspond à un doublement de population ?
b) Combien de doublements sont observés au bout de 1 000 jours terrestre ?
c) Quel est le nombre de bactéries à bord de l'engin au bout de 1 000 jours mesurés par rapport à la Terre.

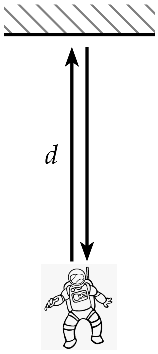
a) 20 jours correspond au temps propre dans le référentiel de l'engin spatial. Le temps sur Terre T est donc :

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{20}{\sqrt{1 - 0,995^2}} = 200 \text{ jours}$$

b) En $1\,000 = 5 \times 200$ jours terrestres, il y a eu 5 doublements dans l'engin spatial.
c) Comme au départ, il y a 2 bactéries, après 1 000 jours terrestres soit 5 doublements, il y a : $2^{1+5} = 64$ bactéries à bord de l'engin spatial.

4 Comment retrouver la formule de dilatation du temps

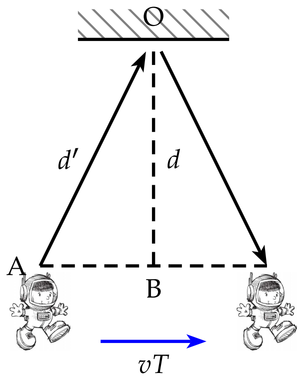
Il faut pour cela considérer deux référentiels. Le référentiel $\mathscr{R}_0$ où a lieu l'émission d'un signal et un autre référentiel $\mathscr{R}$ en translation rectiligne uniforme transversalement au signal. On considère l'émission d'un signal par un astronaute dans le référentiel $\mathscr{R}_0$ qui se réfléchi sur un miroir et qui revient vers l'astronaute.



Référentiel $\mathscr{R}_0$

T_0 temps aller et retour du signal

$$d = \frac{cT_0}{2}$$



Référentiel $\mathscr{R}$

T temps aller et retour du signal

$$d' = \frac{cT}{2} \quad \text{et} \quad \mathrm{AB} = \frac{vT}{2}$$

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle AOB rectangle en B.

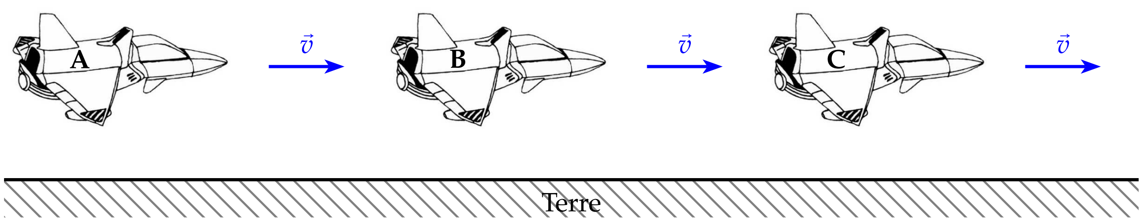
$$d'^2 - \mathrm{AB}^2 = d^2 \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{cT}{2}\right)^2 - \left(\frac{vT}{2}\right)^2 = \left(\frac{cT_0}{2}\right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad c^2T^2 - v^2T^2 = c^2T_0^2$$

$$T^2(c^2 - v^2) = c^2T_0^2 \quad \Leftrightarrow \quad T^2 = \frac{c^2T_0^2}{c^2 - v^2} \quad \Leftrightarrow \quad T^2 = \frac{T_0^2}{1 - \dfrac{v^2}{c^2}} \quad \Leftrightarrow \quad T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$$

5 Exercices d'application

5.1 Événements simultanées

Trois vaisseaux se déplace dans le vide à la même vitesse v par rapport au référentiel de la Terre. La distance entre deux vaisseaux est identique. À $t = 0$, le vaisseau B envoie un signal lumineux aux deux autres.



- événement 1 : « Le vaisseau A reçoit le signal »
- événement 2 : « Le vaisseau C reçoit le signal »

a) Quelle est la valeur de la vitesse de la lumière dans le référentiel lié aux vaisseaux ?

b) Les événements 1 et 2 sont-il simultanés dans le référentiel lié aux vaisseaux ?

c) Les événements 1 et 2 sont-il simultanés dans le référentiel lié à la Terre ?

d) Quel événement se produit-il avant l'autre dans le référentiel lié à la Terre ?

a) Les vaisseaux ont une trajectoire rectiligne uniforme par rapport au référentiel lié à la Terre supposé galiléen. Le référentiel des vaisseaux est donc galiléen, la vitesse de la lumière est donc égal à c.

b) Les événements 1 et 2 sont simultanés dans le référentiel des vaisseaux car les vaisseaux sont immobiles dans ce référentiel et que les vaisseaux A et C sont situés à égal distance.

c) Le référentiel de la Terre étant supposé galiléen, la vitesse de la lumière est égal à c

Les événement 1 et 2 ne sont pas simultanés dans le référentiel lié à la Terre

d) L'évenement 1 se produit avant l'événement 2 dans le référentiel lié à la Terre car le vaisseau A se rapproche du signal émis par B alors que C s'en éloigne.

5.2 Temps propre et temps impropre

Une fusée vole à vitesse constante $v = 2,50.10^5$ km.s^{-1}.
Un astronaute à son bord envoi à sa base sur Terre une impulsion électromagnétique toutes les secondes dans le référentiel de la fusée.

a) Quelle est la vitesse de la lumière pour l'astronaute à bord de la fusée ? Et pour les occupants de la base ?

b) L'intervalle de temps d'une seconde est-il un temps propre ?

c) Exprimer puis calculer l'intervalle de temps séparant deux réceptions de flash lumineux pour un occupant de la base terrestre.

a) On suppose que la fusée a un mouvement rectiligne uniforme par rapport à la Terre. Le référentiel lié à la Terre étant supposé galiléen, le référentiel lié à la fusée l'est également. La vitesse de la lumière dans ces deux référentiels est donc égal à c.

b) L'intervalle de temps d'une seconde est bien un temps propre T_0 car le signal est envoyé dans le référentiel lié à la fusée.

c) Il faut calculer le temps impropre T lié à ces émissions toutes les secondes dans le référentiel lié à la Terre :

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2.5}{3}\right)^2}} = 1,8 \text{ s}$$

5.3 Contraction des longueurs

Des électrons, préalablement accélérés, pénètrent dans un long tube qu'ils parcourent à vitesse constante. À la sortie du tube, ils entrent en collision avec d'autres particules.
Dans le référentiel du laboratoire, la durée nécessaire pour qu'un électron traverse le tube est $1,0.10^{-5}$ s.

a) Définir les événements permettant de mesurer cette durée.

b) Dans quel référentiel ces événements ont-ils lieu au même endroit ?

c) Sachant que la durée propre de traversée du canon est de $1,0.10^{-10}$ s, déterminer la vitesse des électrons dans le référentiel du laboratoire et commenter ce résultat.

d) Expliquer pourquoi il est possible de dire que pour l'électron, le tube paraît moins long qu'en réalité.
Si L est la longueur du tube, quelle est la longueur L_0 « vue » par l'électron ?

a) Le passage des électrons est détecté aux deux extrémités du tube et observé sur l'écran d'un oscilloscope. La mesure à l'oscilloscope donne « le temps de vol » des électrons : $1,1.10^{-5}$ s dans le référentiel du laboratoire.
- événement 1 : l'électron rentre dans le tube
- événement 2 : l'électron sort du tube

b) Dans le référentiel lié à l'électron, celui-ci reste immobile donc les 2 événements ont lieu au même endroit.

c) On connaît le temps propre $T_0 = 1,0.10^{-10}$ s et le temps mesuré $T = 1,1.10^{-5}$ s, on peut donc en déduire la vitesse.

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \Leftrightarrow \quad T^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = T_0^2 \quad \Leftrightarrow \quad 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{T_0^2}{T^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{T_0^2}{T^2} \quad \Leftrightarrow \quad v = c\sqrt{1 - \frac{T_0^2}{T^2}} \quad \Leftrightarrow \quad v = 3.10^8\sqrt{1 - \frac{(10^{-10})^2}{(10^{-5})^2}} = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

Les électrons vont quasiment à la vitesse de la lumière.

d) Si on applique la relation entre vitesse et distance parcourue en fonction du temps, on a les relations dans les deux référentiels :

$$c = \frac{L_0}{T_0} \text{ référentiel électron} \qquad \text{et} \qquad c = \frac{L}{T} \text{ référentiel laboratoire}$$

De l'égalité de ces deux relations, on en déduit : $L_0 = L \times \dfrac{T_0}{T}$

Comme le temps propre est plus petit que le temps mesuré, on en déduit que $L_0 < L$, il y a bien contraction des longueurs. Pour l'électron le tube paraît donc moins long !