Chapitre 11

Mouvements et forces

Ce chapitre se concentre sur l'aspect **dynamique** de la mécanique, à savoir l'approche des mouvements qui tient compte des causes qui les provoquent : les forces.

Voici le plan proposé pour ce chapitre :

- Lois de Newton (Vidéo)
- Résolution d'un problème de mécanique

11.1 Lois de Newton

11.1.1 1ère loi de Newton : Principe d'inertie

1ère loi de Newton : Principe d'Inertie

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures s'appliquant sur un système est nulle si et seulement si le mouvement est rectiligne uniforme ou immobile.

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v} = \vec{cste}$$

11.1.2 2ème loi de Newton : Principe fondamental de la dynamique

2ème loi de Newton : Principe fondamental de la dynamique

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures s'appliquant sur un système de **masse constante** est égale au produit de la masse m du système et de son vecteur accélération $\overrightarrow{a}(t)$.

$$m\overrightarrow{a}(t) = \sum \overrightarrow{F}_{ext}$$

Remarque : La première loi de Newton est finalement un cas particulier de la deuxième. En effet, si la somme des forces extérieures $\sum \overrightarrow{F}_{ext}$ est nulle, alors le vecteur accélération est nul $\overrightarrow{a}(t) = 0$.
Or $\overrightarrow{a}(t) = \dfrac{d\overrightarrow{v}(t)}{dt}$ donc si la dérivée du vecteur vitesse est nulle, le **vecteur vitesse est constant**, et donc le mouvement est bien immobile ou rectiligne uniforme.

11.1.3 3ème loi de Newton : Principe d'action-réaction

3ème loi de Newton : Principe d'action-réaction

Tout corps A exerçant une force sur un corps B subit la même force de même direction, de même intensité mais de sens contraire, de la part du corps B.

$$\overrightarrow{F}_{A/B} = -\overrightarrow{F}_{B/A}$$

11.2 Résolution d'un problème de mécanique

11.2.1 Méthode générale de résolution d'un problème de mécanique

Méthode générale de résolution d'un problème de mécanique

Pour résoudre un problème de mécanique du point, on procède en suivant les étapes suivantes :

1. Définir le système (assimilé à un point matériel).
2. Définir le référentiel d'étude et le repère associé.
3. Faire un bilan des forces extérieures s'appliquant au système.
4. Réaliser un schéma en faisant apparaître le repère, le point matériel représentant le système, ainsi que les vecteurs forces appliquées au système, sans souci d'échelle.
5. Appliquer la première ou la deuxième loi de Newton pour obtenir une **équation vectorielle**.
6. **Projeter** l'équation vectorielle sur les différents axes du repère pour obtenir la ou les équations modélisant le problème.
7. Résoudre les équations pour obtenir les **équations horaires du mouvement**, en utilisant un calcul de **primitive** et les **conditions initiales**.

11.2.2 Exemple utilisant la première loi de Newton

On considère un objet de masse m, assimilé à un point défini par son centre de gravité G, posé sur un plan incliné faisant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale. L'objet est immobile.

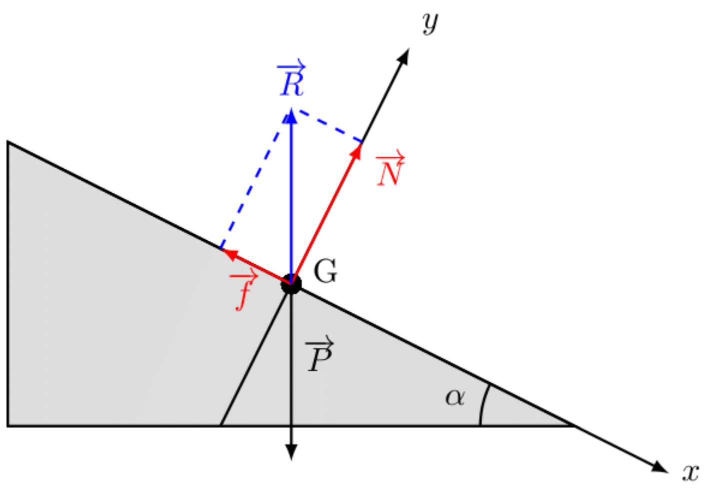

Figure 11.1 – Schéma représentant la situation avec les vecteurs forces appliquées au point G

1. Le système est l'objet de masse m, assimilé à son centre de gravité G.
2. Le référentiel est terrestre supposé galiléen, avec un repère orthonormé (O, x, y) en coordonnées cartésiennes.
3. L'objet subit les forces extérieures suivantes :
   - Son poids $\overrightarrow{P} = m\vec{g}$, vertical vers le bas.
   - La réaction du support $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{f} + \overrightarrow{N}$, avec sa composante normale $\overrightarrow{N}$ et les frottements solides $\overrightarrow{f}$
4. Schéma : figure 11.2
5. Puisque l'objet est immobile dans un référentiel galiléen, **d'après le principe d'inertie**, la résultante des forces extérieures doit être nulle :

$$\sum \overrightarrow{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{P} + \overrightarrow{f} + \overrightarrow{N} = \vec{0}$$

6. On projette les vecteurs forces sur les axes (Ox) et (Oy) (voir schéma sur la figure 11.2).

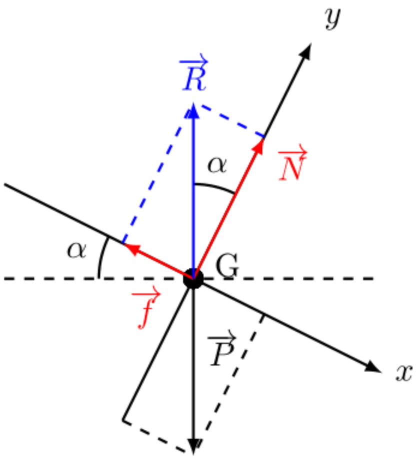

Figure 11.2 – Schéma simplifié permettant d'effectuer la projection des vecteurs forces sur les axes (Ox) et (Oy).

$$\overrightarrow{P} = \begin{pmatrix} mg\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{N} = \begin{pmatrix} 0 \\ N \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{f} = \begin{pmatrix} -f \\ 0 \end{pmatrix}$$

7. On obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} mg\sin\alpha - f = 0 \\ -mg\cos\alpha + N = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} f = mg\sin\alpha \\ N = mg\cos\alpha \end{cases}$$

11.2.3 Exemple utilisant la deuxième loi de Newton

Reprenons l'exemple précédent, mais en considérant cette fois-ci que le solide glisse avec frottements le long du pan incliné, avec une vitesse initiale nulle. On suppose que le vecteur $\overrightarrow{f}$ des forces de frottements est constant. La somme des forces extérieures est non nulle ici et l'objet est animé d'un mouvement ayant une accélération $\overrightarrow{a}(t)$ dirigée suivant l'axe (Ox).

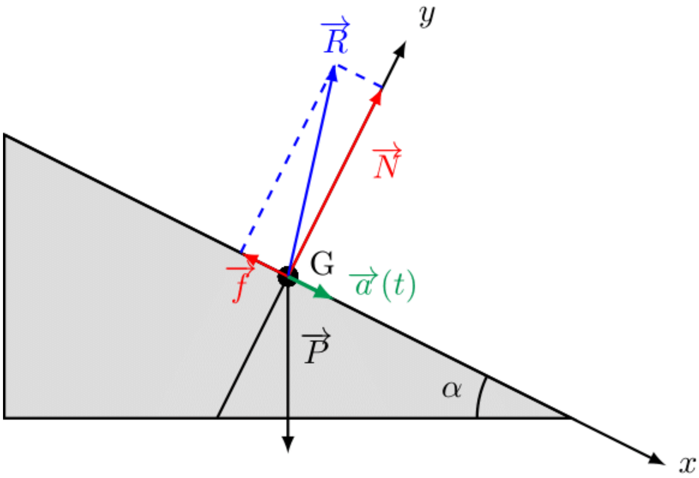

Figure 11.3 – Schéma représentant la situation avec les vecteurs forces appliquées au point G, dans le cas où l'objet glisse.

5. Les étapes 1 à 4 sont les mêmes que dans l'exercice précédent. L'équation vectorielle obtenue est la suivante :

$$m\overrightarrow{a}(t) = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{f} + \overrightarrow{N}$$

6. La projection des vecteurs forces reste inchangée, mais on doit tenir compte du vecteur accélération $\overrightarrow{a}(t) = \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \end{pmatrix}$. Mais comme la trajectoire est rectiligne suivant l'axe (Ox), on peut

considérer que $a_y(t) = 0$.

7. On obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} ma_x(t) = mg\sin\alpha - f \\ 0 = -mg\cos\alpha + N \end{cases} \iff \begin{cases} a_x(t) = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m} \\ N = mg\cos\alpha \end{cases}$$

Puisque $\overrightarrow{a}(t) = \dfrac{d\overrightarrow{v}(t)}{dt}$, on peut à présent déterminer $v_x(t)$ et $v_y(t)$ par **primitives** des fonctions $a_x(t)$ et $a_y(t)$ (*Pour le calcul de primitive, voir le complément mathématique*).

$$\begin{cases} a_x(t) = g\sin\alpha - \dfrac{f}{m} \\ a_y(t) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} v_x(t) = \left(g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}\right)t + A \\ v_y(t) = B \end{cases} \quad A\ ,\ B \in \mathbb{R}$$

Pour déterminer les constantes A et B, on utilise les **conditions initiales** :

$$\overrightarrow{v}(0) = \vec{0} \iff \begin{cases} v_x(0) = 0 \\ v_y(0) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

De même, puisque $\overrightarrow{v}(t) = \dfrac{d\overrightarrow{OM}(t)}{dt}$ on peut également calculer les équations horaires du mouvement $x(t)$ et $y(t)$ par primitive de $v_x(t)$ et $v_y(t)$:

$$\begin{cases} v_x(t) = \left(g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}\right)t \\ v_y(t) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x(t) = \left(g\sin\alpha - \dfrac{f}{m}\right)\dfrac{t^2}{2} + C \\ y(t) = D \end{cases} \quad C\ ,\ D \in \mathbb{R}$$

En supposant que la positions initiale de l'objet soit l'origine du repère, on obtient que $x(0) = 0$ et $y(0) = 0$ ce qui donne les équations horaires du mouvement suivantes :

$$x(t) = \left(g\sin\alpha - \frac{f}{m}\right)\frac{t^2}{2}$$
$$y(t) = 0$$