

Histoire des mathématiques

1 Première période : Mathématiques grecques

VI^e siècle avant notre ère, les fondateurs : Thalès, géométrie, Pythagore, arithmétique

V^e siècle avant notre ère, les pythagoriciens : Philolaos de Crotona, Hip-pase de Métaponte. Hippocrate de Chios. Démocrite l'atomiste, les Eléates (Elée, ville du sud de l'Italie) : Parménide et Zénon. Le sophiste Hippias d'Élis, un géomètre.

IV^e siècle avant notre ère. École d'Athènes. Platon, travaux de l'Académie : Eudoxe de Cnide, créateur avec Antiphon de la méthode d'exhaustion, ancêtre du calcul intégral, Théodore de Cyrène. Thééthète, Archytas de Tarente. Et Aristote (Logique, raisonnement). Ménechme. Autolykos de Pilane. Et Eudème de Rhodes, le péripatéticien, historien des mathématiques et de l'astronomie.

III^e siècle avant notre ère, siècle d'or des maths grecques. Le Grand Trio ; Euclide et Apollonios, à Alexandrie, Archimède, à Syracuse, les « Législateurs de la géométrie ». Euclide et les Éléments, Apollonios et les Coniques. Et Archimède.

L'œuvre des trois derniers cités sont presque exclusivement mathématique.

A partir du III^e siècle avant notre ère (presque) tout va se passer à Alexandrie. Période dite hellénistique. Nées après les voyages de Thalès et Pythagore en Égypte, les maths grecques retournent au pays de leurs origines.

III^e siècle avant notre ère : Ératosthène, mathématicien, astronome, géographe, directeur de la bibliothèque d'Alexandrie, il a effectué la première mesure rigoureuse de la Terre.

II^e siècle avant notre ère : Hipparque précurseur de la trigonométrie et Théodose, l'astronome.

I^{er} siècle avant notre ère Héron, le mécanicien.

Changement d'ère.

II^e siècle, Claude Ptolémée, géographe et astronome. Nicomaque de Gérase, Théon de Smyrne (théorie des nombres), Ménélaos (sections coniques).

III^e siècle. Diophante, précurseur de l'algèbre.

IV^e siècle. Pappus, synthèse de la géométrie des siècles précédents. Théon d'Alexandrie, géométrie, et sa fille, Hypatie, la seule mathématicienne de l'Antiquité.

V^e siècle. Puis, les « *grands commentateurs* » des mathématiques grecques, Proclus, qui commente Euclide, Eutocius, qui commente Apollonios et Archimède.

VI^e siècle. Boèce, le dernier mathématicien de l'Antiquité.

Fin des mathématiques grecques.

2 Deuxième période : Mathématiques dans le monde arabe du IX au XV siècle

Après quelques siècles de somnolence, entre le V^e et le VIII^e de notre ère, le savoir grec fut repris par les mathématiciens arabes qui, après l'avoir assimilé, le firent fructifier. C'est en passant par Byzance, la chrétienne, que les mathématiques de l'Alexandrie païenne parvinrent à Bagdad, la capitale de l'islam. Les savants arabes, particulièrement ceux du IX^e et du X^e siècle, eurent la particularité d'être tout à la fois de grands mathématiciens et des traducteurs accomplis. Ils se lancèrent dans une immense entreprise de traduction des textes des mathématiciens grecs, Euclide, Archimède, Apollonios, Ménélaos, Diophante, Ptolémée. Ce qui leur permit d'assimiler le savoir mathématique de l'Antiquité, puis de l'élargir considérablement, tout en créant de nouveaux champs mathématiques absents du savoir grec. Ils s'abreuvèrent également à d'autres sources, principalement à la source indienne.

Point commun avec leurs prédécesseurs grecs, les savants arabes sont « spectre large », maths, médecine, astronomie, philosophie, physique. Les mathématiciens arabes ont créé l'algèbre, la combinatoire, la trigonométrie.

Début du IX^e siècle.

Bagdad, al-Khwarizmi (algèbre, équations du 1^{er} et 2^e degré à une inconnue).

Égypte, Abu Kamil, élargit le champ de l'algèbre (systèmes de plusieurs équations à plusieurs inconnues). Al-Karaji, premier à considérer les quantités irrationnelles comme des nombres. Al-Farisi jette les bases de la théorie élémentaire des nombres. Il établit que : « Tout nombre se décompose nécessairement en facteurs premiers en nombre fini, dont il est le produit. »

Deuxième moitié du IX^e. Géométrie, toujours à Bagdad, les trois frères Banu Musa. Puis, trois autres savants, Thabit ibn Qurra, al-Nayrizi et Abu al-Wafâ (calculs d'aires : parabole, ellipse, théorie des fractions, construction d'une table de sinus, fondateur de la trigonométrie comme domaine mathématique autonome).

Fin du X^e siècle. Deux grands savants, le géographe al-Biruni, astronome et physicien, et Ibn al-Haytham, le « al-Hazen » des Occidentaux (théorie des nombres, géométrie, méthodes infinitésimales, optique, astronomie. Mais pas algèbre!).

Ibn al-Khawwam se pose, ce qui plus tard va devenir la célèbre conjecture de Fermat : « un cube ne peut être la somme de deux cubes », l'équation :

$$x^3 + y^3 = z^3$$

n'a pas de solution en nombres entiers.

Deux autres grands mathématiciens, al-Karaji, à la fin du X^e siècle, et al-Samaw'al, au XIII^e siècle, qui poursuivit son œuvre. Al-Samaw'al pose un système de 210 équations à 10 inconnues. Et le résout ! Arithmétisation de l'algèbre.

Arithmétisation de l'algèbre : applications à l'inconnue des opérations (+, −, ×, ÷, extraction des racines carrées) que l'arithmétique utilisait exclusivement pour les nombres. Élargissement du calcul sur les nombres au calcul algébrique.

al-Karaji étudie les exposants algébriques : x^n et $\frac{1}{x^n}$.

Al-Samaw'al utilise les quantités négatives, démontrant la règle fondamentale du calcul sur les exposants :

$$x^m x^n = x^{m+n}$$

Il est l'un des premiers à user de la démonstration par récurrence pour établir des résultats mathématiques, principalement en théorie des nombres. Calcul de la somme des n premiers nombres entiers, de la somme de leurs carrés, de celle de leurs cubes.

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n + 1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$$

Fin du XI^e siècle. Omar al-Khayyam, mathématicien poète, grand algébriste.

Fin XII^e siècle. Sharaf al-Dm al-Tûsi, grand algébriste aussi. Il utilise des procédés qui préfigurent la notion de dérivée, cinq cents ans avant les mathématiciens occidentaux.

XIII^e siècle. Nasir al-Din al-Tûsi (astronome, réformateur du système de Ptolémée).

Début XV^e. Aboutissement des mathématiques arabes ; al-Kashi, directeur de l'observatoire de Samarcande, fait la synthèse des mathématiques arabes depuis sept siècles : liens entre l'algèbre et la géométrie, liens entre l'algèbre et la théorie des nombres ; trigonométrie et analyse combinatoire

(étude des différentes façons de combiner les éléments d'un ensemble);
résolution d'équations par radicaux (calcul des solutions des équations en
n'utilisant que les quatre opérations et les racines carrées, cubiques, etc.,
et rien d'autre).

3 Mathématique en occident à partir de 1400

Aire géographique. D'abord l'Italie. Puis la France, l'Angleterre et l'Allemagne. Puis Pays-Bas, Suisse, Russie, Hongrie, Pologne. Très peu de mathématiciens au sud-ouest de l'Europe.

XVI^e siècle. Le grand siècle de l'algèbre élémentaire.

École italienne de Bologne (équation du 3^e et 4^e degré) Tartaglia, Cardan, Ferrari, Bombelli.

Découverte des nombres complexes. Grands progrès des notations symboliques, Viète, Stevin.

XVII^e siècle. Invention des logarithmes : Napier. Les *mathématiques baroques*.

Algèbre : Albert Girard, Harriot, Oughtred.

Géométrie analytique (qui établit un lien entre nombres et espace par l'entremise de l'algèbre) Fermat, Descartes.

Géométrie des indivisibles : Cavalieri, Roberval, Fermat, Grégoire de Saint-Vincent.

Calcul infinitésimal (calcul différentiel, calcul intégral) Newton, Leibniz, Jacques et Jean Bernoulli, Taylor, Mac Laurin.

Théorie des nombres : Fermat. Probabilités et combinatoire : Pascal, Fermat, Jacques Bernoulli.

Géométrie Desargues, Pascal, La Hire...

XVIII^e siècle. Époque classique. L'âge d'or de l'analyse. Après les nombres et les figures, les fonctions deviennent les objets privilégiés des mathématiques.

Équations différentielles, étude des courbes, nombres complexes, théorie des équations, calcul des variations, trigonométrie sphérique, calcul des probabilités, mécanique : les Bernoulli, Euler, D'Alembert, Clairaut, Moivre, Cramer, Monge, Lagrange, Laplace, Legendre.

La résolution des problèmes posés au début du siècle par Leibniz et Newton, quadratures, intégration des équations différentielles, a fait de grands pas.

XIX^e siècle. Ouvertures de nouveaux champs mathématiques, invention de nouveaux outils (les groupes, les matrices...).

La théorie des fonctions d'une variable imaginaire domine le début du siècle : Cauchy, Riemann, Weierstrass.

L'algèbre avec Abel, Galois, Jacobi, Kummer.

La géométrie avec Poncelet, Chastes, Klein. Et Gauss, présent partout!

Les géométries non euclidiennes : Gauss, Lobatchevski, Bolyai, Riemann.

Le calcul matriciel : Cayley.

L'algèbre de Boole.

La théorie des ensembles : Cantor, Dedekind. Et Hilbert et...

4 Les mathématiques du XX siècle