

COMPARAISON de suites

Exercice 1 :

Valeurs de reprise

Un industriel a acheté cher un fabricant, en 1999, une machine M neuve pour un prix de 45 000 €.

- 1) On appelle valeur de reprise le prix de rachat par le fabricant de la machine M usagé pour l'achat d'une nouvelle machine M neuve. Cette valeur de reprise diminue chaque année de 20 % de la valeur qu'elle avait l'année précédente.

On note R_n cette valeur de reprise, exprimée en euro, n années après l'achat de la machine neuve. On admet que, lorsque la machine vient d'être achetée, sa valeur de reprise est égale au prix d'achat. Ainsi, $R_0 = 45\,000$.

- Vérifier que $R_1 = 36\,000$.
 - Donner l'expression de R_{n+1} en fonction de R_n .
 - En déduire la nature de la suite (R_n) , puis exprimer R_n en fonction de n .
- 2) Chez le fabricant, le prix de vente de la machine M neuve, exprimé en euro, augmente de 1 000 € chaque année. On note P_n ce prix l'année 1999 + n . P_0 étant égal à 45 000, exprimer P_{n+1} en fonction de P_n , puis P_n en fonction de n .
- 3) Cinq ans se sont écoulés. On suppose que l'industriel projette d'acheter à nouveau une machine M neuve, identique à celle achetée en 1999, tout en revendant cette dernière au fabricant. Ces transactions s'effectuant dans les conditions des questions 1 et 2, quelle somme, en euro, l'industriel doit-il déboursier ?
- 4) On constate qu'après 10 années écoulées, l'industriel serait obligé de déboursier environ 50 168 € pour acheter une machine M neuve, dans le, conditions des questions 1 et 2.
- Donner le détail des calculs aboutissant à ce résultat.
 - Quel serait alors le pourcentage d'augmentation entre la dépense en 1999 et la dépense en 2009 ?

Exercice 2 :

Centre Etrangers

Étant donné le contexte actuel (flambée des prix du pétrole et raréfaction des réserves), un cabinet d'experts propose un modèle d'évolution dans lequel le prix du baril de pétrole est de 150 dollars au 1^{er} janvier 2010 et augmente de 15 % au 1^{er} janvier de chaque année.

On note u_n le prix en dollars du baril de pétrole au 1^{er} janvier de l'année (2010 + n) correspondant à cette proposition. Ainsi $u_0 = 150$.

- Expliquer pourquoi la valeur de u_1 , arrondie à l'unité, est 173.
 - Calculer u_2 . On arrondira à l'unité.

- 2) On utilise la feuille de calcul ci-dessous pour déterminer les premières valeurs de u_n arrondies à l'unité.

Les cellules de la colonne C sont au format numérique arrondi à l'unité.

La cellule D2 contient la valeur 0,15. Elle est au format pourcentage.

	A	B	C	D
1	Année	Rang de l'année	u_n	Pourcentage d'évolution
2	2010	0	150	15 %
3	2011	1	173	
4	2012	2		
5	2013	3		
6	2014	4		
7	2015	5		
8	2016	6		
9	2017	7		
10	2018	8		

- n étant un entier naturel donné, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
- Exprimer u_n en fonction de n .
- Calculer u_7 . On arrondira à l'unité.
- Si l'on adopte le modèle du cabinet d'experts, à partir du 1^{er} janvier de quelle année le prix du baril de pétrole dépassera-t-il 500 dollars ?

Exercice 3 :

Polynésie 2008

On étudie l'évolution de l'effectif d'une population de bactéries (estimé en milliers d'individus) en fonction du temps (exprimé en heures). On commence les relevés à 15 h et on fait un relevé toutes les heures.

On appelle n la durée, exprimée en heures, écoulée depuis 15 h.

On note u_n l'effectif de la population de bactéries, exprimé en milliers d'individus, relevé après n heures. Ainsi u_1 est l'effectif de la population de bactéries, exprimé en milliers d'individus, relevé à 16 h.

L'objectif de cet exercice est de réfléchir sur deux modèles qui essaient de décrire l'évolution de la population observée.

Partie A

Les premiers relevés permettent de dresser le tableau suivant :

Heure	15 h	16 h	17 h	18 h	19 h
n (durée en h écoulée depuis 15 h)	0	1	2	3	4
u_n (nombre de bactéries en milliers)	6,9	8,1	9,6	11,1	12,7

- Placer, dans le repère fourni en feuille annexe à rendre avec la copie, les points M_n de coordonnées (n, u_n) .
- À quel type de croissance peut faire penser ce graphique ?

Partie B

On saisit les données précédentes dans les colonnes A, B et C d'une feuille de calcul de tableur. Voir sa reproduction à la fin de l'exercice.

Les observations de la partie A suggèrent de modéliser l'évolution du nombre de bactéries, exprimé en milliers d'individus, après une durée de n heures, à l'aide de la suite (v_n) définie par : $v_0 = 6,9$ et $v_{n+1} = v_n + 1,4$.

- 1) a) Calculer v_1 et v_2 .
b) Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
- 2) Quel est le nombre de bactéries que l'on peut prévoir à 7 h, le lendemain du jour où a commencé l'étude, si on utilise ce modèle ? Justifier.

Partie C

En fait, les relevés effectués à partir de 7 h, le lendemain du jour où a commencé l'étude, donnent des valeurs sensiblement différentes des prévisions fournies par le modèle étudié à la partie B comme le montre le tableau ci-dessous :

Heure	7 h	8 h	9 h	10 h
n (durée en h écoulée depuis 15 h)	16	17	18	19
u_n (nombre de bactéries en milliers)	51	62	68	79

On décide donc de modéliser différemment l'évolution du nombre de bactéries, exprimé en milliers d'individus, après une durée de n heures, et de se servir pour cela de la suite (w_n) définie par : $w_0 = 6,9$ et $w_n = 6,9 \times 1,136^n$.

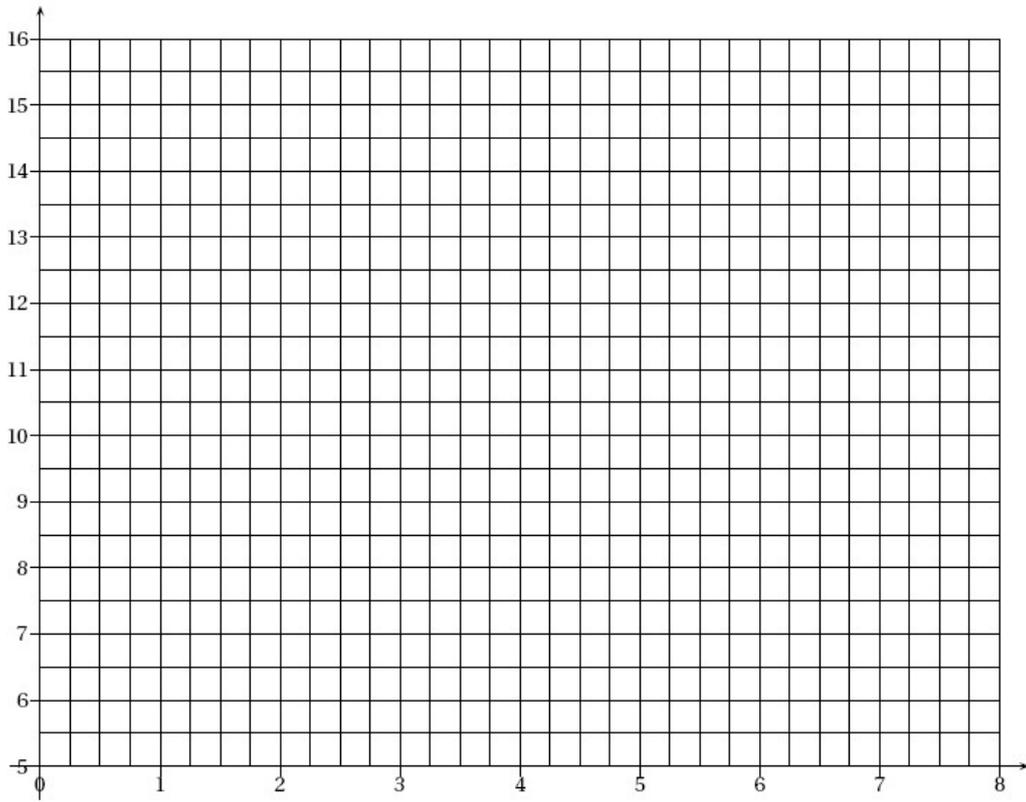
Dans cette partie, les valeurs des termes de la suite (w_n) seront arrondies au dixième.

- 1) a) Calculer w_1 et w_2 .
b) Quelle est la nature de la suite (w_n) ?
- 2) Calculer w_{16} .
- 3) Calculer l'écart relatif, en pourcentage arrondi au dixième, entre w_{16} et la valeur u_{16} relevée à 7 h.

Reproduction de la feuille de calcul sur tableur (parties B et C de l'exercice 1.

	A	B	C	D	E
1					1,136
2	heure	durée n	u_n	v_n	w_n
3	15 h	0	6,9	6,9	6,9
4	16 h	1	8,1		
5	17 h	2	9,6		
6	18 h	3	11,1		
7	19 h	4	12,7		
8	20 h	5			
9	21 h	6			
10	22 h	7			
11	23 h	8			

Exercice 1, partie A, question 1



Exercice 4 :**Antilles 2009**

Un grand axe routier est progressivement aménagé en deux fois deux voies. On étudie année après année l'évolution du trafic qui est caractérisé par le nombre de véhicules jour (c'est-à-dire la moyenne sur une année du nombre de véhicules circulant quotidiennement sur cet axe).

Partie A :

En 2008, le trafic est de 13 000 véhicules jour. Parmi ces véhicules, on observe 30 % de poids lourds.

- 1) Combien de poids lourds circulent par jour sur cet axe routier ?
- 2) Parmi les poids lourds, on constate qu'il y a 60 % de poids lourds étrangers.

Quelle part, exprimée en pourcentage du nombre de véhicules jour, les poids lourds étrangers représentent-ils ?

À partir d'observations on essaye de prévoir l'évolution future du trafic. En ce qui concerne les années à venir, deux hypothèses de travail sont envisagées pour la modéliser : la première hypothèse (étudiée en partie B) envisage une augmentation du trafic de 3 % par an, la seconde hypothèse (étudiée en partie C), prévoit une augmentation régulière du trafic de 500 véhicules jour.

Partie B :

En 2008, le trafic est de 13 000 véhicules jour ; on suppose dans cette partie qu'il augmente chaque année de 3 %.

- 1) Calculer le nombre de véhicules jour que l'on peut prévoir en 2009.
- 2) On note V_n le nombre de véhicules jour relatif à l'année $2008 + n$ (n désigne un nombre entier). Ainsi, V_0 vaut 13 000 et V_2 désigne le nombre de véhicules jour relatif à l'année 2010.
 - a) Calculer V_2 (arrondir à l'unité).
 - b) Quelle est la nature de la suite (V_n) ?
En déduire l'expression de V_n en fonction de n .
 - c) Calculer le nombre V_{20} de véhicules jour prévus en 2028 (arrondir à l'unité).
- 3) À quel type de croissance correspond la suite (V_n) ?
- 4) À ce rythme, à partir de quelle année le trafic aura-t-il doublé par rapport à celui de 2008 ?

Partie C :

Le trafic est de 13 000 véhicules jour en 2008 ; on suppose dans cette partie qu'il augmente chaque année de 500 véhicules jour.

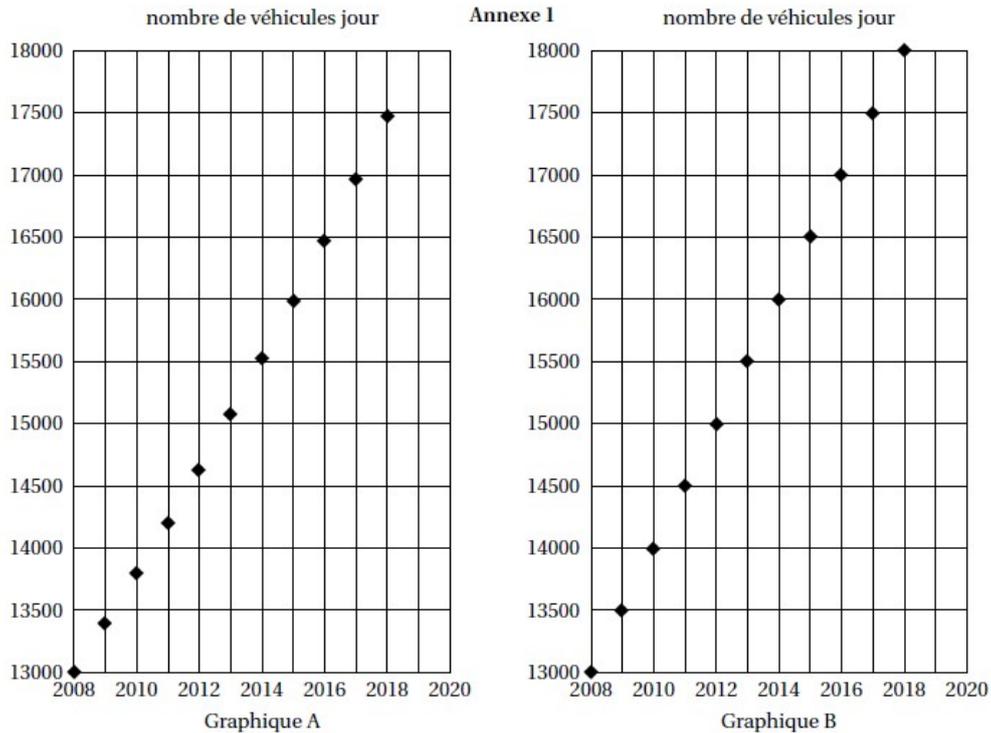
- 1) À l'aide d'une feuille de calcul, on se propose de calculer le nombre de véhicules jour que l'on peut prévoir pour les années à venir.

	A	B
1	Année	Nombre de véhicules jour
2	2008	13 000
3	2009	
4	2010	
5	2011	
6	2012	

Quelle formule saisir dans la cellule B3 pour faire calculer la quantité prévisionnelle de véhicules jour en 2009 et pouvoir ensuite remplir la colonne B par une recopie vers le bas ?

- 2) À quel type de croissance correspond cette évolution du trafic ?
- 3) Quel trafic peut-on prévoir en 2028 ?
- 4) Ce modèle de l'évolution du trafic est représenté graphiquement en annexe 1 : s'agit-il du graphique A ou du graphique B ? Justifier à l'aide d'un argument graphique.

Annexe à rendre avec la copie



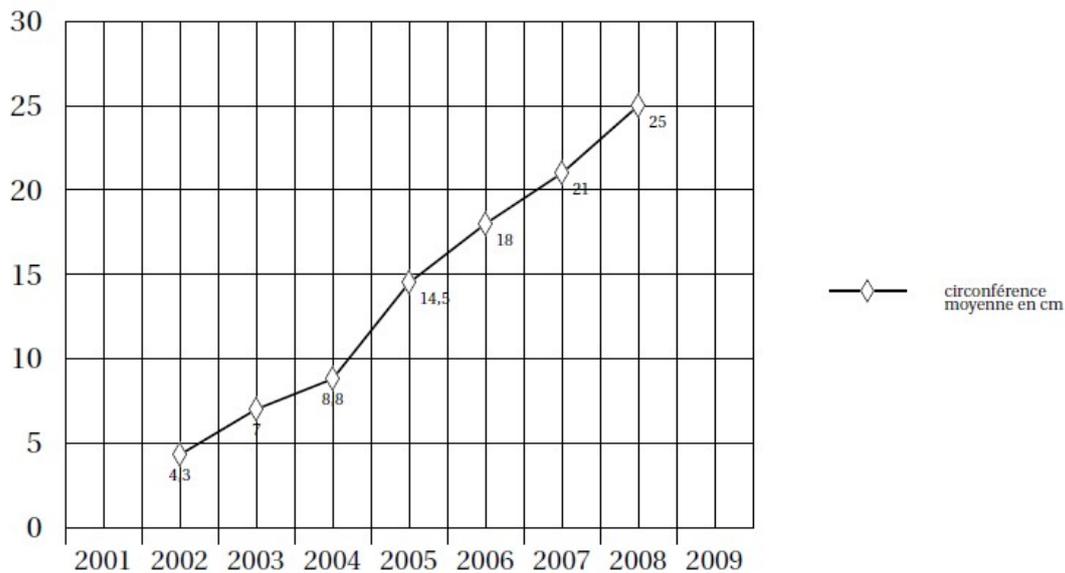
Exercice 5 :

Centres étrangers 2009

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Pour observer l'adaptation d'une essence d'arbre à une altitude donnée, des forestiers ont procédé à une plantation test en l'an 2000. Chaque année, depuis 2002, ils mesurent au premier janvier, la circonférence de chacun de ces spécimens pour en effectuer la moyenne.

Ci-dessous le graphique obtenu :



- 1) L'été 2003 fut caniculaire. Peut-on dire que la chaleur a été bénéfique à la croissance de ce groupe d'arbre au cours de l'année suivante (entre 2004 et 2005) ? Justifier la réponse.
- 2) Calculer, en centimètres, l'augmentation moyenne par an sur les trois dernières années (de 2005 à 2008).
- 3) L'augmentation moyenne annuelle de la circonférence dépend de l'âge des arbres. Pour l'essence étudiée, cette augmentation est donnée dans le tableau ci-dessous :

Âge	Augmentation annuelle moyenne en cm
Entre 8 et 15 ans	2,5
Entre 15 et 25 ans	1,8
Après 25 ans	0,9

- a) Calculer la circonférence prévisible en 2015 (en admettant qu'aucune catastrophe naturelle ne survienne).
 - b) Entre 2015 et 2025, on modélise la croissance de la circonférence par une suite (u_n) où u_n est la circonférence moyenne d'un arbre au 1^{er} janvier de l'année 2015 + n ($0 \leq n \leq 10$).
Justifier que $u_n = 42,5 + 1,8n$.
 - c) En quelle année la circonférence devrait dépasser 50 centimètres ?
- 4) L'échantillonnage présentant une croissance satisfaisante, les forestiers envisagent un reboisement entre 1 800 et 2 000 mètres d'altitude avec cette essence d'arbre.
 - a) Hachurer sur la carte donnée en ANNEXE, à rendre avec la copie, la zone à reboiser.
 - b) Donner l'altitude du point marqué par une croix avec la précision permise par cette carte.

