

Devoir sur les suites

À rendre impérativement le 01 mars 2011

Exercice 1 :

Somme de termes d'une suite arithmétique

(u_n) est une suite arithmétique de raison r , de premier terme u_1 et de n^{e} terme u_n .

On note $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

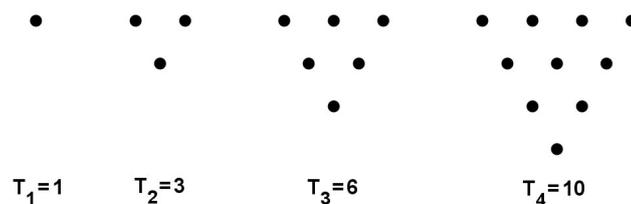
Les questions sont indépendantes les unes des autres.

- 1) Calculer u_1 et S_{17} lorsque : $u_{17} = 105$ et $r = 2$
- 2) Calculer u_1 et u_{33} lorsque : $r = -7$ et $S_{33} = 0$
- 3) Calculer n et u_1 lorsque : $u_n = 14$, $r = 7$ et $S_n = -1176$

Exercice 2 :

Nombres triangulaires

Voici les quatre premiers nombres triangulaires :



- 1) Représenter et donner les valeurs de T_5 et T_6 .
- 2) Ecrire un algorithme sur votre calculatrice et donner les valeurs de T_{12} et T_{60} . Retrouver ces résultats par le calcul.
- 3) Utiliser le programme pour trouver les valeurs de n telles que :
 $T_n \geq 100$ puis $T_n \geq 1000$.
 Retrouver ces résultats par le calcul.

Exercice 3 :

Un algorithme

Soit le programme suivant :

Initialisation
 Entrer le nombre A
 Entrer l'entier N
 U prend la valeur 1

Traitement
 Pour I de 1 à N
 U prend la valeur $\frac{1}{2} \left(U + \frac{A}{U} \right)$
 FinPour

Sorties
 Afficher U

- 1) Quelle est la suite (u_n) définie par récurrence dont ce programme calcule le terme u_n .
- 2) On prend $A = 2$
 - a) Calculer u_1, u_2 et u_3 .
 - b) Faire un programme sur votre calculette puis donner une approximation du terme u_{10} .
 - c) Que semble calculer la suite (u_n) ?
- 3) Prenez plusieurs valeur de A et indiquer le terme u_{10} qui permet de confirmer votre conjecture. Cette suite s'appelle la suite du Heron.

Exercice 4 :

Forage

Une entreprise estime le coût d'un forage ainsi :

- ⇒ le premier mètre coûte 1 000 €.
- ⇒ Le second mètre coûte 1 050 € et chaque mètre supplémentaire coûte 50 € de plus que le précédent.
- ⇒ On dispose d'un crédit de 519 750 €.

On appelle (u_n) la suite telle que $u_1 = 1 000$ et u_n représente le coût du n^{e} mètre du forage.

- 1) Montrer que (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison. Exprimer alors u_n en fonction de n .
- 2) Montrer que le nombre de mètres n que l'on peut forer avec le crédit alloué vérifie : $n^2 + 39n - 20 790 = 0$
- 3) Quelle est alors la profondeur du forage.

Exercice 5 :

Problème de loyer

Une personne loue un appartement à partir du 1er avril 2007. Elle a le choix entre deux formules de contrat. Dans les deux cas, le loyer annuel initial est de 4 800 € et le locataire s'engage à occuper l'appartement pendant 9 années complètes.

1) Contrat n°1

Le locataire accepte une augmentation annuelle de 5 % du loyer chaque année.

- a) Calculer le loyer u_1 payé la deuxième année. On appelle u_0 le loyer de la 1^{re} année.
- b) Exprimer u_n - loyer de la $(n + 1)^{\text{e}}$ année - en fonction de n . Calculer u_8 (loyer de la 9^e année)
- c) Calculer la somme payée à l'issue des 9 années de contrat.

2) Contrat n°2

Le locataire accepte une augmentation annuelle forfaitaire de 280 euros chaque année.

- a) Calculer le loyer v_1 payé pour la deuxième année. On appelle v_0 le loyer de la 1^{re} année.
- b) Exprimer v_n - loyer de la $(n + 1)^{\text{e}}$ année - en fonction de n . Calculer v_8 (loyer de la 9^e année)
- c) Calculer la somme payée à l'issue des 9 années de contrat. Quel est le contrat le plus avantageux ?