

Devoir de mathématiques n°5 (DS) (01-12-2011)

I) Résoudre l'équation $(E_1) : 5x^2 - 6x + 1 = 0$; puis les équations

$$(E_2) : 5x^4 - 6x^2 + 1 = 0 ; \quad (E_3) : 5x - 6 - \sqrt{x} + 1 = 0 ; \quad \text{et} \quad (E_4) : 5x^2 - 6|x| + 1 = 0$$

II) Soit $f(x) = \frac{3x^2 + 4x + 1}{x^2 + 3x + 2}$ ($x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1\}$). Simplifier $f(x)$.

III) Soit l'équation : $ax^2 + (2a + 1)x + 6 = 0$ (a étant un réel non nul fixé).

- 1) Déterminer le réel a tel que 1 soit solution de l'équation ; en déduire l'autre solution.
 - 2) Sans utiliser le discriminant, peut-on dire que la somme des 2 solutions est : $-\frac{1}{a} - 2$?
(préciser)
-

IV) Résoudre les inéquations :

a) $\frac{2x^2 - 5x + 3}{-x^2 + 9} \geq 0$

b) $\frac{x + 1}{x} \leq \frac{x + 2}{x + 3}$

V) Soient f et g les fonctions définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 - 3x + 2$ et $g(x) = -x^2 + 1$.

Soit C_f la parabole représentant f et C_g la parabole représentant g ; le plan étant muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) : unité de longueur lcm.

- 1) En utilisant le cours (sans le remonter), déterminer le sens de variation de f et de g (à l'aide d'un ou deux tableau(x))
 - 2) Tracer les paraboles C_f et C_g dans le même repère.
 - 3) On pose : $h(x) = f(x) - g(x)$.
 - a) Etudier le signe de $h(x)$.
 - b) En déduire la position de C_f par rapport à C_g .
-

VI) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par : $f(x) = \frac{1}{x + 2} - 4$.

Etudier le sens de variation de f (on pourra utiliser un tableau avec différentes fonctions).

VII) 1) (ROC)

- a) Montrer que la fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
- b) A quoi est égal $|x|$ en fonction de x ?

Dresser le tableau de variation de la fonction qui à tout x associe $|x|$

- 2) Soient f et g les fonctions définies par : $f(x) = \sqrt{2x + 3}$ et $g(x) = |2x + 3|$.
 - a) Préciser les ensembles de définitions D_f et D_g .
 - b) Etudier le sens de variation de f (on pourra utiliser un tableau avec différentes fonctions).
-

VIII) Déterminer les couples $(x; y)$ tels que :
$$\begin{cases} x + y = -2 \\ xy = -15 \end{cases}$$