

# Le second degré

## Forme canonique

### EXERCICE 1

---

Dans chaque cas, écrire le trinôme sous sa forme canonique.

1)  $x^2 + 6x - 8$

3)  $2x^2 + 6x + 4$

5)  $3x^2 + 12x + 12$

2)  $x^2 - 5x + 3$

4)  $-x^2 + x + 3$

6)  $-x^2 + 7x - 10$

## Résolution d'équation

### EXERCICE 2

---

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes à l'aide du discriminant  $\Delta$  :

1)  $x^2 - x - 6 = 0$

6)  $1 - t - 2t^2 = 0$

2)  $x^2 + 2x - 3 = 0$

7)  $x^2 + x - 1 = 0$

3)  $x^2 - x + 2 = 0$

8)  $2x^2 + 12x + 18 = 0$

4)  $-x^2 + 2x - 1 = 0$

9)  $-3x^2 + 7x + 1 = 0$

5)  $y^2 + 5y - 6 = 0$

10)  $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$

### EXERCICE 3

---

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes à l'aide du discriminant  $\Delta$  :

1)  $3x^2 - 4\sqrt{7}x - 12 = 0$

4)  $2x - x^2 - 2 = 0$

2)  $\sqrt{2}t^2 - 3t + \sqrt{2} = 0$

5)  $x^3 - 8x^2 + 12x = 0$

3)  $x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 1 + \sqrt{3} = 0$

6)  $(2x - 1)^2 + 3 = 0$

### EXERCICE 4

---

Pour quelle valeur de  $m$  l'équation :  $x^2 - 4x + m - 1 = 0$  admet-elle une racine double ? Calculer cette racine ? Est-ce surprenant !

### EXERCICE 5

---

Tracer l'allure de la courbe  $y = x^2$  et de la droite  $y = x + 2$ .

En déduire le nombre de solutions de l'équation  $x^2 - x - 2 = 0$ . En donner une évaluation.

Résoudre algébriquement  $x^2 - x - 2 = 0$ .

**Factorisation, somme et produit des racines****EXERCICE 6**

Écrire les trinômes suivants sous la forme d'un produit de facteurs.

1)  $f(x) = x^2 - 7x + 10$

2)  $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$

3)  $f(x) = -3x^2 + 4x + 4$

4)  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 1$

**EXERCICE 7**1) Vérifier que  $-1$  est solution de l'équation :  $x^2 + 3x + 2 = 0$ 

2) Quelle est la somme et le produit des racines ?

3) En déduire l'autre solution.

**EXERCICE 8**1) Vérifier que  $2$  est solution de l'équation :  $x^2 - 5x + 6 = 0$ 

2) Quelle est la somme et le produit des racines ?

3) En déduire l'autre solution.

**EXERCICE 9**

Trouver une racine évidente dans les équations suivantes et en déduire l'autre solution sans calculer le discriminant.

1)  $x^2 - 7x + 6 = 0$

5)  $x^2 + x - 6 = 0$

2)  $-3x^2 + 2x + 5 = 0$

6)  $x^2 + 5x + 4 = 0$

3)  $x^2 + 3x - 10 = 0$

7)  $2x^2 + x\sqrt{5} - 15 = 0$

4)  $x^2 - x\sqrt{2} - 4 = 0$

8)  $x^2 - 8x + 15 = 0$

**EXERCICE 10**

$m$  est un réel donné,  $m \neq 1$ . On considère l'équation  $E_m : (m - 1)x^2 - 2x + 1 - m = 0$

Démontrer que pour tout  $m \neq 1$ , l'équation  $E_m$  possède deux solutions distinctes  $x_1$  et  $x_2$  de signes contraires.

**Signe du trinôme****EXERCICE 11**

Résoudre les inéquations suivantes :

1)  $x^2 - 3x + 2 > 0$

7)  $x(x - 2) < 0$

2)  $x^2 + 4 \geq 0$

8)  $x^2 + 7x + 12 \geq 0$

3)  $m^2 + m - 20 \leq 0$

9)  $-2x^2 - x + 4 > 0$

4)  $x^2 - x + 1 < 0$

10)  $2x^2 - 24x + 72 \leq 0$

5)  $3x^2 + 18x + 27 > 0$

11)  $x^2 + 4x - 12 < 0$

6)  $-x^2 - 9 \geq 0$

12)  $x^2 - 5x + 7 > 0$

**EXERCICE 12**

Soit  $m \in \mathbb{R}$  et  $f$  la fonction trinôme définie par :  $f(x) = x^2 - (m + 1)x + 4$ .

- 1) Pour quelle(s) valeur(s) de  $m$  l'équation  $f(x) = 0$  a-t-elle une seule solution ?  
Calculer alors cette racine.
- 2) Pour quelle(s) valeur(s) de  $m$ , l'équation  $f(x) = 0$  n'a-t-elle aucune solution ?

**EXERCICE 13**

Soit  $m \in \mathbb{R}$  et  $f$  la fonction trinôme définie par :  $f(x) = mx^2 + 4x + 2(m - 1)$ .

- 1) Pour quelle(s) valeur(s) de  $m$  l'équation  $f(x) = 0$  a-t-elle une seule solution ?  
Calculer alors cette racine.
- 2) Quel est l'ensemble de réels  $m$  pour lesquels l'équation  $f(x) = 0$  a deux racines distinctes ?
- 3) Quel est l'ensemble des réels  $m$  pour lesquels  $f(x) < 0$  pour tout réel  $x$  ?

**Équations et inéquations se ramenant au second degré****EXERCICE 14**

Résoudre les équations suivantes :

- 1)  $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} = 2x - 1$
- 2)  $\frac{3x}{x + 2} - \frac{x + 1}{x - 2} = -\frac{11}{5}$
- 3)  $\frac{1}{x + 2} - \frac{2}{2x - 5} = \frac{9}{4}$
- 4)  $\frac{3x^2 + 10x + 8}{x + 2} = 2x + 5$

**EXERCICE 15**

Résoudre les inéquations suivantes

- 1)  $\frac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 + x - 2} > 0$
- 2)  $(2x - 1)^2 > (x + 1)^2$
- 3)  $(x + 3)(x - 1) < 2x + 6$
- 4)  $\frac{x + 3}{1 - x} \geq -5x + 3$

**EXERCICE 16**

Résoudre les équations bicarrées suivantes :

- 1)  $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$
- 2)  $2x^4 - x^2 + 1 = 0$
- 3)  $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$
- 4)  $4x^2 - 35 - \frac{9}{x^2} = 0$
- 5)  $-2x^4 + 12x^2 - 16 = 0$
- 6)  $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$

**EXERCICE 17**

Avec un changement de variable approprié, résoudre les équations suivantes :

- 1)  $(x^2 - x)^2 = 14(x^2 - x) - 24$
- 2)  $x - 3\sqrt{x} - 4 = 0$

**EXERCICE 18**

Résoudre les systèmes suivants :

1) 
$$\begin{cases} x + y = 18 \\ xy = 65 \end{cases}$$

2) 
$$\begin{cases} x + y = -1 \\ xy = -42 \end{cases}$$

3) 
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 5 \end{cases}$$

**Variation de la fonction trinôme****EXERCICE 19**

Déterminer le tableau de variation des fonctions suivantes :

1)  $f(x) = 2(x - 4)^2 + 3$     2)  $f(x) = -3(x + 1)^2 - 5$     3)  $f(x) = x(x - 8)$

**EXERCICE 20**

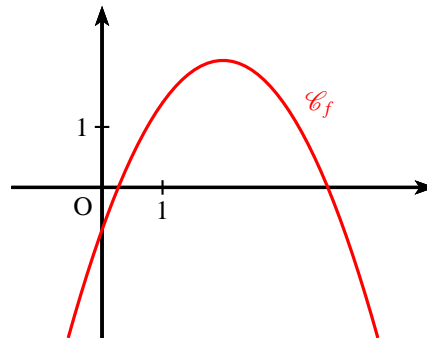
Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -2x^2 + 8x - 13$ .

- 1) Déterminer la forme canonique de la fonction  $f$ .
- 2) En déduire le maximum de  $f$  et la valeur de  $x$  pour lequel il est atteint.

**Représentation graphique****EXERCICE 21**

On considère un trinôme du second degré  $P$  défini sur  $\mathbb{R}$  par :  $P(x) = ax^2 + bx + c$ .

La représentation graphique de  $P$  est donné ci-contre. En utilisant celle-ci, choisir pour chacune des questions suivantes la seule réponse exacte. On se justifiera.

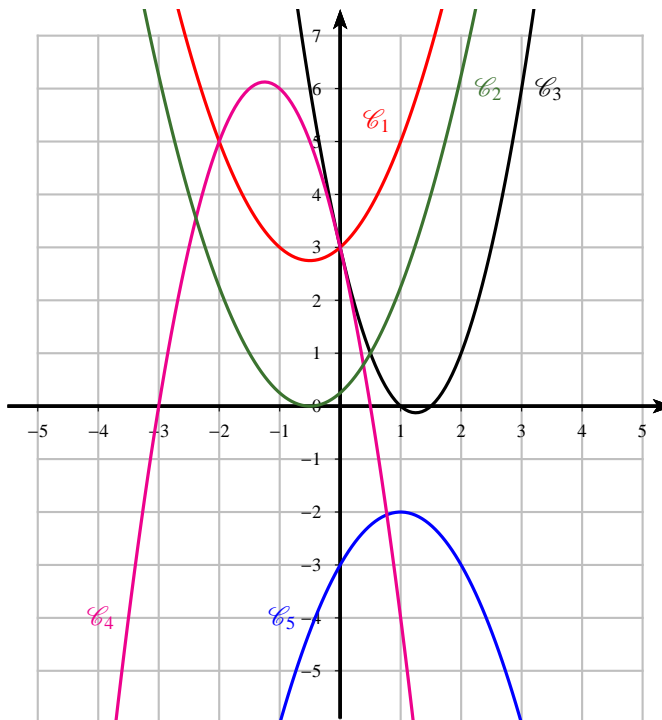


- 1) Le coefficient  $a$  est :
  - a) strictement positif
  - b) strictement négatif
  - c) on ne peut pas savoir
- 2) Le coefficient  $b$  est :
  - a) strictement positif
  - b) strictement négatif
  - c) on ne peut pas savoir
- 3) Le coefficient  $c$  est :
  - a) strictement positif
  - b) strictement négatif
  - c) on ne peut pas savoir
- 4) Le discriminant  $\Delta$  est :
  - a) strictement positif
  - b) strictement négatif
  - c) on ne peut pas savoir
- 5) La somme des coefficients  $a + b + c$  est :
  - a) strictement positif
  - b) strictement négatif
  - c) on ne peut pas savoir

**EXERCICE 22**

Sur le graphique ci-dessous, on donne 5 paraboles. Attribuer à chacune de ces courbes la fonction qui lui est associée. On se justifiera.

- a)  $f_1(x) = -x^2 + 2x - 3$   
 b)  $f_2(x) = x^2 + x + 3$   
 c)  $f_3(x) = 2x^2 - 5x + 3$   
 d)  $f_4(x) = -2x^2 - 5x + 3$   
 e)  $f_5(x) = x^2 + x + \frac{1}{4}$

**Problèmes****EXERCICE 23**

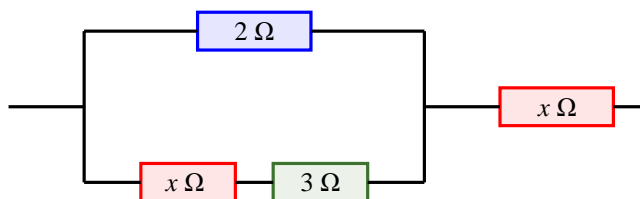
$n$  joueurs participent à un jeu. La règle prévoit que le joueur gagnant reçoit  $n$  € de la part de chacun des autres joueurs. Au cours d'une partie, le gagnant a reçu 20 €. Combien y a-t-il de joueurs ?

**EXERCICE 24**

Trouver deux entiers consécutifs dont le produit est égal à 4 970.

**EXERCICE 25**

Dans un circuit électrique, des résistances ont été montées comme l'indique la figure ci-dessous. Déterminer la valeur de la résistance  $x$  pour que la résistance équivalente de l'ensemble soit de  $4,5 \Omega$ .



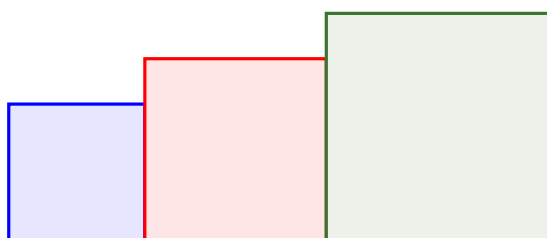
**Remarque :** On rappelle que la résistance équivalente de deux résistances montées en série est la somme de ces résistances et l'inverse de la résistance équivalente de deux résistances montées en parallèles est la somme des inverses de ces deux résistances.

**EXERCICE 26**

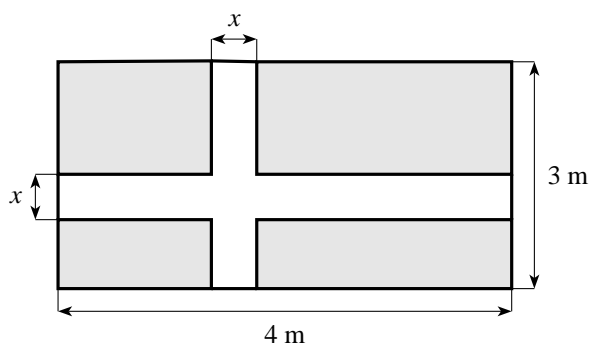
L'aire d'un triangle rectangle est de  $429 \text{ m}^2$ , et l'hypoténuse a pour longueur  $h = 72,5 \text{ m}$ . Trouver le périmètre puis les dimensions du triangle.

**EXERCICE 27**

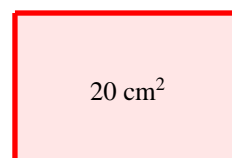
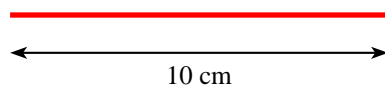
Peut-on trouver trois carrés ayant pour côtés des entiers consécutifs et dont la somme des aires est  $15\,125$ ? Si oui préciser quelles sont les valeurs que doivent avoir les côtés. Même question avec  $15\,127$ .

**EXERCICE 28**

Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restante du drapeau ?

**EXERCICE 29**

- 1) On dispose d'une baguette de bois de  $10 \text{ cm}$  de long. Où briser la baguette pour que les morceaux obtenus soient les deux côtés consécutifs d'un rectangle de surface  $20 \text{ cm}^2$  ?



- 2) Même question : où briser la baguette pour avoir un rectangle de  $40 \text{ cm}^2$  ?

**EXERCICE 30**

Pour se rendre d'une ville A à une ville B distante de  $195 \text{ km}$ , deux cyclistes partent en même temps. L'un d'eux, dont la vitesse moyenne sur le parcours est supérieure de  $4 \text{ km/h}$  à celle de l'autre arrive 1 heure plus tôt. Quelles sont les vitesses moyennes des deux cyclistes ?

**EXERCICE 31**

On achète pour 80 € d'essence à une station servive. On s'aperçoit qu'à une autre station le prix du litre est inférieur de 0,10 €. On aurait pu ainsi obtenir 5 litres de plus pour le même prix. Quel est le prix de l'essence à la première station et combien de litres en avait-on pris ?

*On donnera les valeurs à  $10^{-4}$  près.*