Généralités sur les fonctions

Ensemble de définition

EXERCICE 1

Déterminer l'ensemble de définition D_f des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \dfrac{3-x}{2x+3}$

2) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2-4x}$

3) $f(x) = \dfrac{1-x^2}{1+x^2}$

4) $f(x) = \sqrt{2-x}$

5) $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

6) $f(x) = \sqrt{x^2+x}$

7) $f(x) = \sqrt{9+x^2}$

Résolution graphique

EXERCICE 2

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 7x + 21$

1) Visualiser la fonction f sur votre calculatrice. On prendra comme fenêtre : $X \in [-2,5\,;\,4]$, $Y \in [-15\,;\,30]$ et comme unité graphique 0.5 sur les abscisses et 5 sur les ordonnées.

2) À l'aide de votre calculatrice, répondre aux questions suivantes :
   a) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   b) Déterminer le nombre de solution de l'équation : $f(x) = 0$. On donnera une valeur approchée à 10^{-2} de chacune d'elle.
   c) À l'aide d'un tableau de signe déterminer le signe de f suivant les valeurs de x.
   d) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geqslant 10$. On expliquera la méthode utilisée.
   e) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \leqslant -4x + 10$. On expliquera la méthode utilisée.

3) a) Vérifier que $f(3) = 0$ puis déterminer les réels a, b et c tels que :
   $f(x) = (x-3)(ax^2 + bx + c)$
   b) Déterminer alors les valeurs exactes de l'équation $f(x) = 0$

EXERCICE 3

On donne la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{5x-1}{x^2+x+1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.

2) Visualiser la fonction f sur votre calculatrice. On prendra comme fenêtre : $X \in [-7\,;\,7]$, $Y \in [-7\,;\,2]$ et comme unité graphique 1 sur les deux axes.

3) l'aide de votre calculatrice, répondre aux questions suivantes :

a) Dresser le tableau de variation de f sur D_f.

b) Déterminer le nombre de solution de l'équation : $f(x) = -4$.
On donnera une valeur approchée à 10^{-2} de chacune d'elle.

c) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geqslant 1$.
On expliquera la méthode utilisée.

d) Quelle conjecture peut-on faire quant au comportement de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$. Justifier votre réponse.

Exercice 4

Résolution d'une équation paramétrique

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 0,55x^4 - 4,2x^3 + 8,5x^2 - 2$

1) Visualiser la fonction f sur votre calculatrice.
On prendra comme fenêtre : $X \in [-2\ ;\ 5]$ et $Y \in [-3\ ;\ 12]$. On pourra prendre comme graduation 1 sur les abscisses et 2 sur les ordonnées.

2) À l'aide de la représentation graphique sur votre calculatrice, répondre aux questions suivantes :

   a) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   On donnera les valeurs des extremum à 10^{-2} près.

   b) Déterminer les valeurs du paramètre m pour lesquelles l'équation $f(x) = m$ admet 4 solutions. On expliquera la démarche utilisée et on donnera le résultat à 10^{-2} près.

Fonctions de référence

Exercice 5

Fonction homographique

Déterminer le tableau de variation des fonctions suivantes dont on précisera l'ensemble de définition :

1) $f(x) = 2 + \dfrac{5}{x+2}$ 2) $f(x) = 1 - \dfrac{1}{x-5}$

Exercice 6

1) On donne la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = |2x + 3|$

   a) Déterminer la forme de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

   b) Dresser le tableau de variation.

   c) Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f.

2) On donne la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = |2 - x|$

   a) Déterminer la forme de $g(x)$ suivant les valeurs de x

   b) Tracer sur un même repère la courbe représentative $\mathscr{C}_g$ de la fonction g.

3) a) Résoudre graphiquement l'équation $|2x + 3| = |2 - x|$.

   b) Retrouver le résultat par le calcul.

Exercice 7

Donner l'expression le plus simple de la fonction f représentée ci-contre.