Contrôle de mathématiques

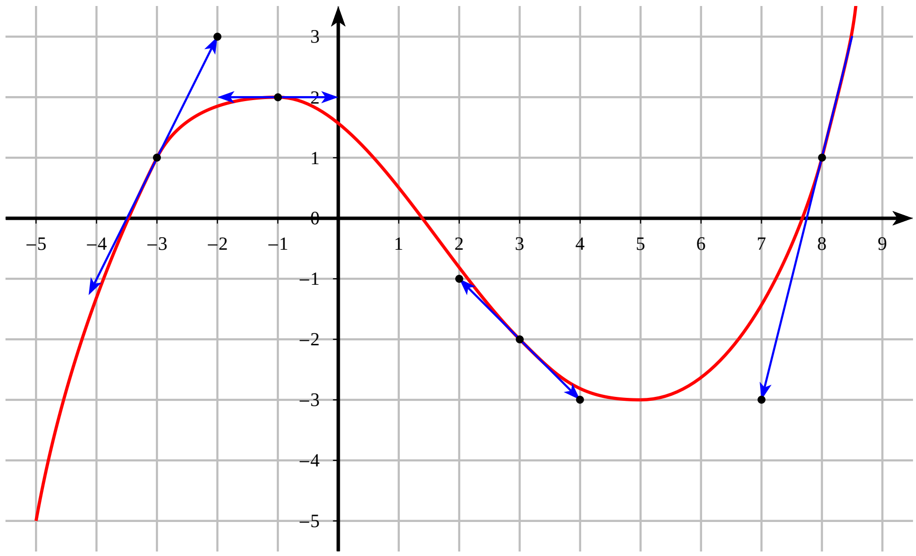
Jeudi 06 février 2020

EXERCICE 1

Nombre dérivé **(3 points)**

1) À l'aide de la représentation graphique ci-dessous d'une fonction f, **recopier et compléter** le tableau ci-contre :

x	-3	-1	3	8
$f(x)$				
$f'(x)$				



2) Sans utiliser la calculatrice, donner une approximation affine du nombre $(1,02)^7$
On expliquera la méthode utilisée.

EXERCICE 2

Calcul de dérivées **(8 points)**

Pour les fonctions suivantes :
- déterminer l'ensemble sur lequel la fonction est dérivable
- déterminer la fonction dérivée
- réduire au même dénominateur si nécessaire et factoriser lorsque cela est possible.

1) $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 3x - \sqrt{3}$

2) $f(x) = 2x + 3 - \dfrac{1}{x^4}$

3) $f(x) = \sqrt{2-x}$

4) $f(x) = \dfrac{5}{x^2-1}$

5) $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+4}$

6) $f(x) = (x+1)\sqrt{2x-5}$

7) $f(x) = (3-2x)^3$

EXERCICE 3

Étude d'une fonction **(5 points)**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 7}{x - 1}$.
On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1) Calculer la dérivée de f et montrer que $f'(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$
2) Résoudre $f'(x) = 0$ puis dresser le tableau de variation de la fonction f.
3) Déterminer la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.
4) Existe-t-il des tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ parallèles à la droite d'équation $y = \dfrac{1}{2}x - 5$? Si oui en quels points ?
5) Montrer qu'il n'existe pas de tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ parallèle à la droite d'équation $y = 2x + 1$

EXERCICE 4

Equation du troisième degré **(4 points)**

Soit la fonction f définie sur $[-2\ ;\ 3]$ par : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$

1) Déterminer la fonction dérivée f' puis dresser le tableau de variation de f sur $[-2\ ;\ 3]$. On déterminera les valeurs de la fonction f en -2 et 3.
2) D'après le tableau de variation, combien l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle de solutions ? On se justifiera.
3) Visualiser la fonction f sur votre calculatrice. On pourra prendre comme fenêtre $x \in [-2\ ;\ 3]$ et $y \in [-5\ ;\ 5]$. **À l'aide de la calculatrice**
   a) Donner les valeurs à 10^{-3} près des solutions de l'équation $f(x) = 0$.
   b) Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant x + 2$. On expliquera la méthode utilisée et on donnera l'ensemble solution à 10^{-3} près.