Contrôle de mathématiques

Jeudi 19 novembre 2020

EXERCICE 1

Fonction trinôme **(5 points)**

1) Soit f la fonction trinôme définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 + 14x + \dfrac{39}{2}$.
   a) Déterminer la forme canonique de la fonction f.
   b) En déduire le tableau de variation de la fonction f.
   c) Au vu de ce tableau, la représentation de la fonction f coupe-t-elle l'axe des abscisses ? Justifier.
2) Soit la fonction trinôme définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -2x^2 - 3x + 20$
   a) Déterminer les racines de $g(x)$.
   b) En déduire une factorisation de $g(x)$.
   c) L'équation $g(x) = x + 4$ admet-elle des solutions ? Si oui lesquelles.
   d) Même question avec $g(x) = 15$.

EXERCICE 2

Équations **(4 points)**

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$ par la méthode de votre choix :

1) $3x^2 + 7x + 4 = 0$
2) $4x^2 + x + 1 = 0$
3) $3x^2 + 4x - 3 = 0$
4) $\dfrac{4}{3}x^2 + 12x + 25 = -2$

EXERCICE 3

Changement de variable **(3 points)**

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^4 - 5x^2 - 6 = 0$. On pourra poser $X = x^2$.
2) Résoudre dans $[0\,;\,+\infty[$ l'équation (F) : $2x - 5\sqrt{x} - 7 = 0$. On pourra poser $X = \sqrt{x}$

EXERCICE 4

Inéquation **(4 points)**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $(x-3)^2 + 2 > 0$
2) $2x^2 - 8x + 2 < 0$
3) $\dfrac{2x-5}{2x-1} \leqslant \dfrac{x+1}{x+3}$

EXERCICE 5

Équation paramétrique **(2 points)**

Soit l'équation (E_m) : $mx^2 + 2(m-2)x + m + 1 = 0$, avec $m \in \mathbb{R}$

1) Si $m = 0$ que peut-on dire de l'équation ? Résoudre alors cette équation (E_0)

2) Montrer que l'équation (E_m) admet solution double si $m = \dfrac{4}{5}$.

3) Pour quelles valeurs de m l'équation (E_m) admet deux solutions de signes contraires ?

EXERCICE 6

Problème d'aire **(2 points)**

Soit le rectangle ABCD tel que : AB = 6 et AD = 4.
Pour un nombre x compris entre 0 et 4, on place les points M et N respectivement sur les côté [AB] et [BC] tels que : AM = x et BN = x comme indiqué sur la figure.

Déterminer la ou les valeurs possibles de x pour que l'aire du triangle MBN soit égale à un sixième de l'aire du rectangle ABCD.

On rappelle l'aire du triangle : $\mathscr{A} = \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$